

Голяк И.С., Фуфурин И.Л., Шишанин А.О.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКОЙ ВЯЗКОСТИ ЖИДКОСТИ С ПО-  
МОЩЬЮ ВИСКОЗИМЕТРА С ПАДАЮЩИМ ШАРИКОМ

Методические указания к лабораторной работе МКТ-1 по курсу «Общей  
физики»

Под редакцией Романова А.С.

Москва 2014 г.

Голяк Игорь Семенович  
Фуфурин Игорь Леонидович  
Шишанин Андрей Олегович

Под редакцией

Романова Александра Сергеевича, д.ф-м.н, проф. кафедры «Физика»  
МГТУ им. Н.Э. Баумана

В работе рассмотрены явления вязкости в несжимаемых ньютоновских жидкостях. Измерение вязкости производится по методу Стокса по наблюдению за движением шарика в вязкой среде. Влияние стенок сосуда на шарик при падении в вязкой жидкости учтено с помощью поправки Ладенбурга.

Для определения вязкости используется экспериментальная установка – вискозиметр с падающим шариком. В ходе эксперимента по измерению плотности жидкости и времени падения шарика определяется динамическая вязкость исследуемой жидкости. Измерения проводятся для различных температур жидкости в результате чего исследуется зависимость динамической вязкости жидкости от ее температуры. Для полученных экспериментальных значений по методу наименьших квадратов строится линия регрессии.

Для студентов 1-го курса всех специальностей.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение.....	4
Теоретическая часть.....	9
Экспериментальная часть.....	12
Выполнение эксперимента.....	14
Анализ и обработка результатов измерений.....	17
Контрольные вопросы.....	22
Список рекомендуемой литературы.....	22
Приложение.....	23

Цель работы – ознакомление с методами определения вязкости жидкости и изучение температурной зависимости динамической вязкости.

## **ВВЕДЕНИЕ**

Вязкостью называется явление внутреннего трения в жидкостях и газах при их деформировании. Вязкость может возникать и при деформировании твердых тел при больших величинах и скоростях деформации. Есть две фундаментальные причины вязкости – это тепловое движение молекул вещества и взаимодействие молекул между собой.

В газах, когда расстояния между молекулами относительно велики, и взаимодействием молекул между собой можно пренебречь, причиной вязкости является тепловое движение молекул газа. Вязкость в газах может рассматриваться как явление переноса (в данном случае переноса импульса или момента импульса) в рамках классической молекулярно-кинетической теории.

Молекулярное строение жидкости достаточно сложно, расстояния между молекулами жидкости относительно невелики, поэтому в жидкости существенны обе причины вязкости. Применение стандартной молекулярно-кинетической теории здесь становится невозможным. Для описания явления вязкости в жидкостях используют феноменологический подход. При феноменологическом подходе вязкость рассматривается как макроскопическое явление без обращения к молекулярному строению вещества.

Иногда, в условиях конкретной задачи, вязкостью жидкости или газа можно пренебречь, такие жидкость или газ в гидродинамике называют идеальной жидкостью. Если речь идет о реальной жидкости, то, в отличие от газа, часто можно пренебречь ее сжимаемостью, тогда говорят о несжимаемой (или, по-другому, капельной) жидкости.

Из экспериментов известно, что движение жидкости и газа может происходить в двух принципиально различных режимах – ламинарном и

турбулентном. Ламинарный режим движения, это режим при котором отсутствует хаотическая составляющая скорости. Все слои жидкости перемещаются не перемешиваясь.

Турбулентный режим движения, это режим при котором скорость частиц жидкости или газа имеет быструю хаотическую составляющую. Как правило, турбулентный режим возникает при очень больших скоростях деформирования. Достаточно полный анализ такого режима движения можно провести только методами статистического анализа. Изучение турбулентного режима движения находится за пределами данной лабораторной работы. Отметим лишь, что вязкость также играет принципиальную роль при турбулентном режиме движения.

Наличие вязкости у жидкостей и газов имеет большое практическое значение, проявляя себя в различных технологических и природных процессах.

Например, нужно учитывать вязкость при транспортировке жидкостей и газов по трубопроводам (особенно если эти трубопроводы длинные относительно их поперечного размера, как при перекачке нефти на большие расстояния, или при движении крови в сосудах).

При движении твердых тел в жидкости или газе (самолетов, ракет, кораблей, подводных лодок) именно вязкость зачастую становится главным фактором, ограничивающим скорость перемещения.

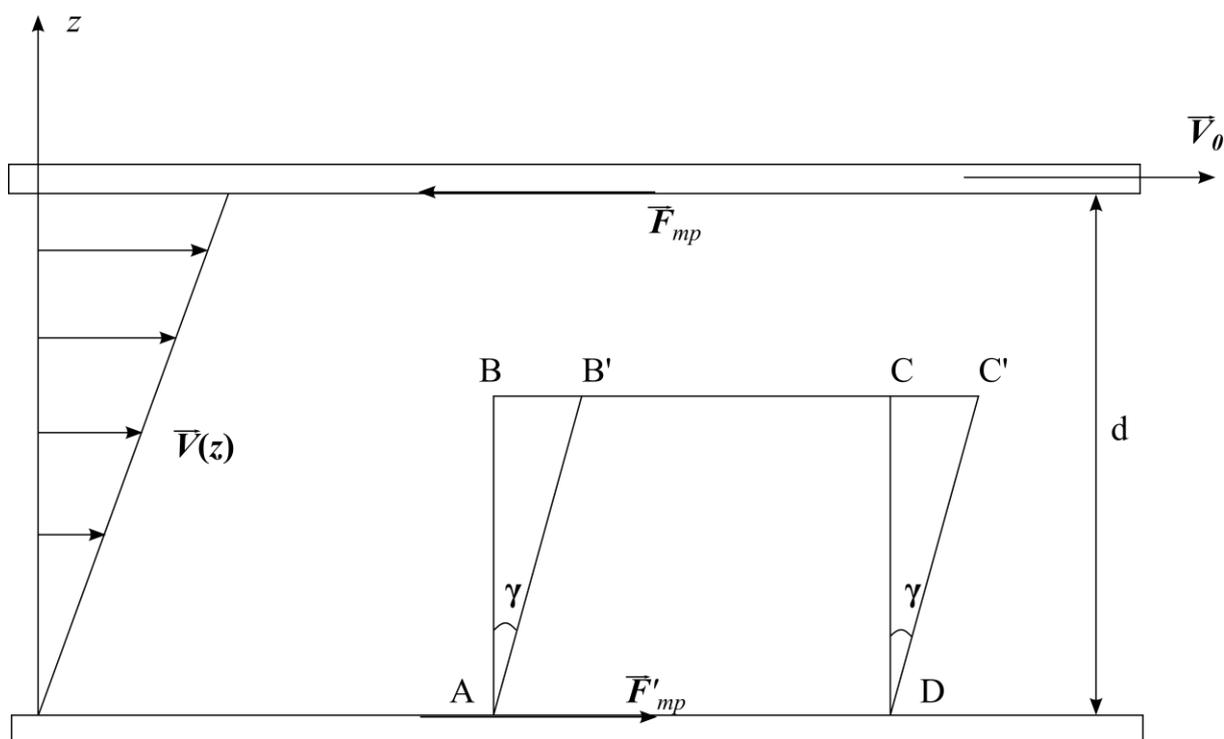
Особую роль играет вязкость при смазке. Трение сухого скольжения обычно значительно больше внутреннего трения. Поэтому, между трущимися при движении частями механизмов используется жидкая смазка, препятствующая непосредственному соприкосновению этих частей механизма, заполняя пространство между трущимися частями механизмов.

Феноменологические закономерности, свойственные деформации вещества, изучаются в рамках «реологии». Дословный перевод этого слова с греческого языка – «наука о деформировании». Трудности описания де-

формаций жидкости и газа связаны с тем, что, в отличие от твердого тела, для них характерны очень большие, практически бесконечные, деформации. Поэтому силы внутреннего трения, возникающие в жидкостях и газах, не могут быть связаны непосредственно с величинами деформаций.

Сформулируем реологический закон, то есть закон, связывающий вязкие силы в жидкости и деформации, для несжимаемой вязкой жидкости, исходя из следующего мысленного опыта.

Рассмотрим две параллельные длинные невесомые пластины, между которыми находится слой вязкой несжимаемой жидкости (см. рис. 1). Нижняя пластина неподвижна, а верхняя движется в плоскости рисунка с некоторой постоянной скоростью  $\vec{V}_0$  относительно нижней. Будем считать, что расстояние между пластинами много меньше линейных размеров пластин, так что всеми эффектами, связанными с конечностью размера пластин можно пренебречь.



**Рис. 1** Модель внутреннего трения слоев жидкости

Особенностью рассматриваемого течения является то, что все слои жидкости деформируются одинаково. Будем рассматривать установившееся течение жидкости, когда оно не зависит от времени. Необходимо приложить постоянную силу  $\vec{F}$  к верхней пластине, чтобы она двигалась равномерно, так как действие этой силы уравнивается действием равной по модулю, но противоположной по направлению силы  $\vec{F}_{тр}$ , которая является силой трения. Эта сила трения появляется вследствие вязкости жидкости.

Для характеристики напряженного состояния жидкости удобно ввести понятие касательного напряжения  $\tau = \frac{F}{S}$ , которое численно равно силе, приложенной к единице поверхности жидкости, и не зависит от площади пластины  $S$ .

К движущейся пластине прилипает слой жидкости, который движется с такой же скоростью  $\vec{V}_0$ . Скорость жидкости убывает при перемещении от движущейся пластины в сторону неподвижной пластины, и она становится равной нулю возле нижней неподвижной пластины, благодаря прилипанию жидкости к ней. Считаем, что зависимость скорости жидкости от поперечной координаты линейна

$$V(z) = V_0 \frac{z}{d},$$

поэтому, если мысленно выделить прямоугольник  $ABCD$  (см. рис.1), то за малый промежуток времени  $\Delta t$ , двигаясь вместе с жидкостью, он превратится в параллелограмм  $AB'C'D$  (см. рис. 1), причем  $BB' = V(z)\Delta t$ . Угол поворота  $\gamma$  (см. рис. 1) принято называть угловой деформацией. Этот угол вычисляется по формуле:  $\gamma = \frac{BB'}{AB} = \frac{V(z)\Delta t}{z} = \frac{V_0\Delta t}{d}$ . Скорость угловой деформации определяется  $\dot{\gamma} \equiv \frac{d\gamma}{dt}$  и, в данном случае,  $\dot{\gamma} = \frac{V_0}{d}$  не зависит ни от по-

перечной координаты  $z$ , ни от времени  $t$ . Именно эта величина должна быть принята в качестве характеристики деформации слоев жидкости.

И. Ньютон сформулировал гипотезу о пропорциональности скорости угловой деформации и касательного напряжения в жидкости:

$$\tau = \eta \dot{\gamma}.$$

Эта гипотеза и принимается в качестве реологического закона для ньютоновских жидкостей.

Здесь коэффициент пропорциональности  $\eta$  называется коэффициентом динамической вязкости или просто динамической вязкостью [3, §42]. Для разных жидкостей имеется свой коэффициент динамической вязкости, величину которого можно найти в таблицах в зависимости от температуры жидкости.

Используя гипотезу Ньютона, можно определить силу вязкого трения, действующую на пластины,

$$F_{\text{тр}} = \frac{\eta S V_0}{d}.$$

Если по каким-либо причинам скорость жидкости  $V(z)$  нелинейно зависит от поперечной координаты  $z$ , то гипотеза Ньютона все равно имеет место, только в этом случае скорость угловой деформации равна  $\dot{\gamma} = \frac{dV}{dz}$ , а касательное напряжение вязкого трения  $\tau$  в любой точке жидкости и сила вязкого трения в любом слое жидкости найдутся по формулам:

$$\tau = \eta \frac{dV}{dz}, \quad F_{\text{тр}} = \eta S \frac{dV}{dz}.$$

Единица динамической вязкости в системе СИ – Па·с (кг/(м·с)). В системе СГС – это Пуаз, 1 Па·с=10 Пуаз. В технике наряду с динамической вязкостью также рассматривают кинематическую вязкость  $\nu$ , которая определяется как

$$v = \eta/\rho,$$

где  $\rho$  – плотность жидкости.

Из кинетической теории газов следует, что вязкость газов находится по формуле

$$\eta = 1/3 \langle V \rangle \lambda \rho,$$

где  $\langle V \rangle$  – средняя скорость движения молекул газа,  $\lambda$  – длина свободного пробега, а  $\rho$  – плотность газа. Для идеального газа верны следующие соотношения

$$\langle V \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}}, \quad \lambda = \frac{1}{\sqrt{2}d^2 n}, \quad \rho = nm_0, \quad \eta = \frac{1}{3d^2} \sqrt{\frac{4m_0 kT}{\pi}},$$

где  $m_0$  – масса молекул газа,  $k$  – постоянная Больцмана,  $n$  – концентрация молекул газа,  $d$  – эффективный диаметр молекулы. Следовательно, коэффициент динамической вязкости для идеального газа  $\eta \sim \sqrt{T}$  и не зависит от концентрации молекул газа [1, Глава 6.2]. Для жидкости дело обстоит иначе [2, §56]. Коэффициент динамической вязкости жидкости описывается зависимостью

$$\eta \approx A e^{\frac{b}{T}}, \quad (1)$$

где  $A$  и  $b$  – определяются свойствами жидкости. Из (1) следует, что при повышении температуры жидкости, её динамическая вязкость уменьшается.

## ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Динамическая вязкость жидкости в данной работе  $\eta$  определяется по методу Стокса из наблюдения за движением шарика в вязкой среде.

На шарик, падающий в вязкой среде, действует сила тяжести  $\vec{P}$ , сила Архимеда  $\vec{F}_1$  и сила внутреннего трения  $\vec{F}_2$ . Вследствие этого при некото-

рой скорости движения шарика его сила тяжести полностью уравновешивается силой вязкости и силой Архимеда. С этого момента движение шарика будет равномерным.

Зависимость между силами, действующими на шарик при его установившемся движении, выражается равенством

$$\vec{P} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 ,$$

откуда

$$\vec{F}_2 = \vec{P} - \vec{F}_1 , \quad (2)$$

$$P = mg = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho g ,$$

где  $m$  – масса шарика,  $r$  – его радиус,  $\rho$  – плотность шарика,  $g$  – ускорение свободного падения.

Выталкивающая сила Архимеда  $F_1$  равна весу жидкости в объеме шарика, т.е.

$$F_1 = m_1 g = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_{\text{ж}} g ,$$

где  $m_1$  – масса жидкости в объеме шарика,  $\rho_{\text{ж}}$  – плотность жидкости.

Английский ученый Дж. Стокс показал, что сила вязкости, возникающая при движении шарика в неограниченной жидкости, определяется формулой

$$F_2 = 6\pi r \eta v ,$$

где  $v$  – скорость движения шарика.

Подставляя значения сил  $\vec{P}$ ,  $\vec{F}_1$  и  $\vec{F}_2$  в равенство (2), получим

$$6\pi r \eta v = \frac{4}{3}\pi r^3 (\rho - \rho_{\text{ж}}) g ,$$

откуда

$$\eta = \frac{2r^2 g(\rho - \rho_{\text{ж}})}{9v}.$$

Поскольку  $v = S/t$ , где  $S$  – путь, пройденный шариком за время  $t$ , то

$$\eta = \frac{2r^2(\rho - \rho_{\text{ж}})t}{9S}.$$

Данная формула применима в предположении ламинарного обтекания шарика безграничной жидкостью, следовательно, она справедлива при невысоких скоростях, малых размерах шариков и больших размерах сосудов, содержащих жидкость. При падении шарика в вязкой жидкости влияние стенок сосуда на шарик учитывается с помощью поправки Ладенбурга

$$\eta = \frac{2}{9} \frac{r^2 g(\rho - \rho_{\text{ж}})t}{l \left(1 + \frac{2,4r}{R}\right) \left(1 + \frac{3,3r}{l}\right)},$$

где  $R$  – радиус стеклянного сосуда,  $l$  – длина столба жидкости в стеклянном сосуде.

Перепишем формулу в более простом виде

$$\eta = Kt(\rho - \rho_{\text{ж}}), \quad (3)$$

где  $K$  – константа учитывающая диаметры шарика и цилиндра вискозиметра. Она определяется экспериментально для каждого типа шарика в ходе калибровочных экспериментов. Если известно точное значение вязкости жидкости, плотности жидкости и шарика и получено среднее время падения шарика для минимизации случайной погрешности, то константа  $K$  определяется выражением

$$K = \frac{\eta}{t(\rho - \rho_{\text{ж}})}.$$

В формуле (3) плотность жидкости  $\rho_{\text{ж}}$  и время падения шарика  $t$  в условиях эксперимента является функцией температуры, следовательно, имеет место зависимость динамической вязкости от температуры жидкости.

Целью данной лабораторной работы является экспериментальной изучение вязкости как функции температуры жидкости.

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ

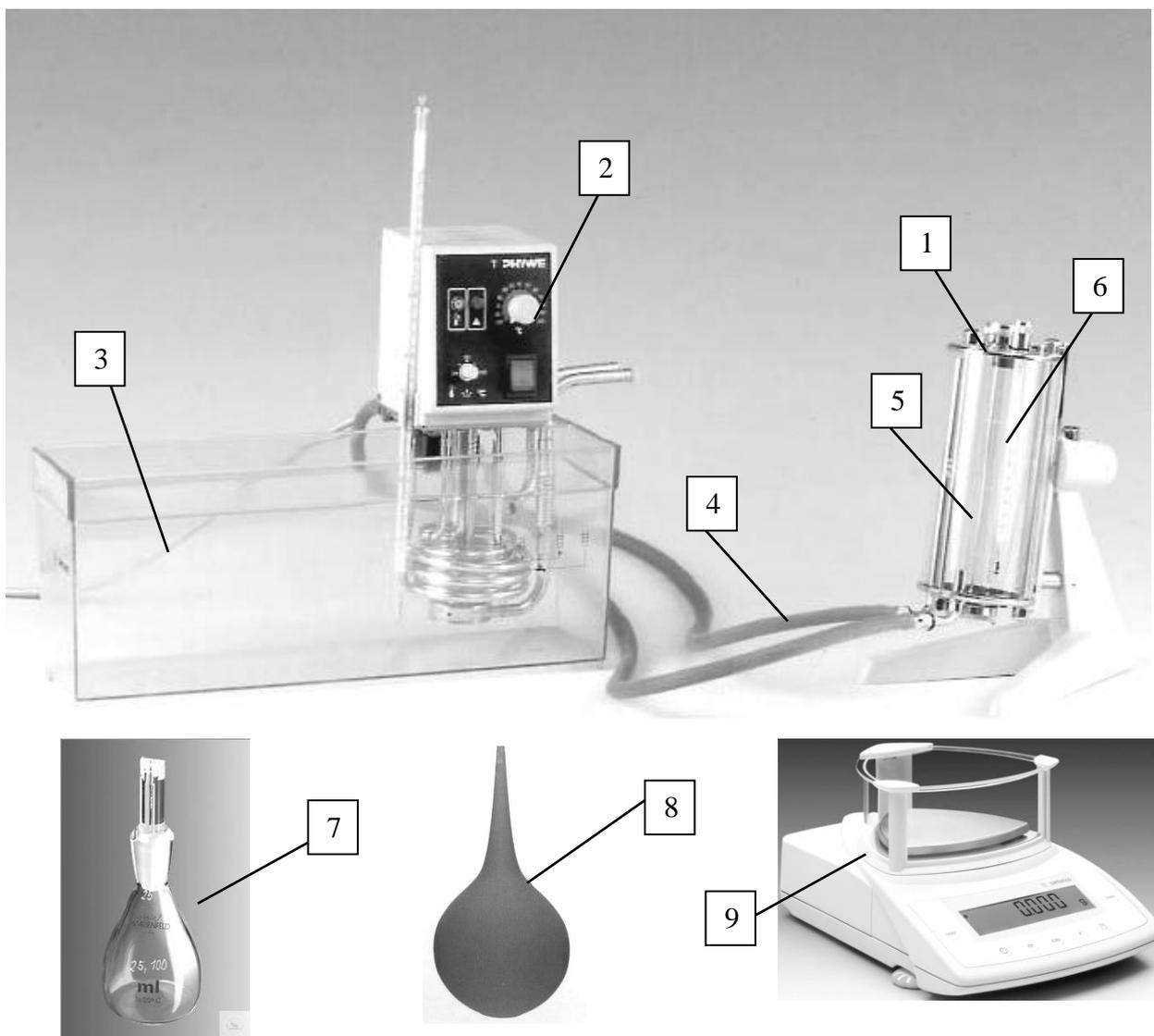
Для определения динамической вязкости жидкости используется экспериментальная установка, показанной на рисунке 2.

### Состав лабораторной установки:

1. вискозиметр с падающим шариком (1);
2. погружной термостат (2);
3. ванна для термостата (3);
4. пикнометр (7);
5. спринцовка / пипетка Пастера (8);
6. мензурка;
7. электронные весы (9).
8. секундомер.

### Экспериментальные постоянные

1. постоянная  $K = 0,007$  мПа см<sup>3</sup>/г,
2. плотность материала шарика  $\rho = 2,2$  г/см<sup>3</sup>,
3. объем пикнометра  $V = 25$  мл;
4. время термостабизации жидкости в вискозиметре  $t = 7$  мин.



**Рис. 2** Внешний вид лабораторной установки

В термостатической ванне находится дистиллированная вода, которая путем прокачки через шланги (4) постоянно циркулирует в большом сосуде вискозиметра (5), тем самым поддерживая одну температуру в ванне и в вискозиметре.

В объеме вискозиметра находится цилиндрическая колба (6), внутри которой находится исследуемая жидкость с помещенным внутрь объема шариком. Вискозиметр свободно вращается вокруг оси, обеспечивая возможность свободного падения шарика без открытия цилиндра (6).

Термостат позволяет задавать и поддерживать необходимую температуру жидкости в колбе (6). Для установления заданной температуры необходимо время для термостабилизации путем теплопроводности через стенки колбы. Время термостабилизации составляет не менее 7 минут.

Для определения плотности жидкости используется пикнометр, который помещается в заданный объем исследуемой жидкости и взвешивается на электронных весах. Последующий расчет плотности проводится по формуле

$$\rho = \frac{m}{V}. \quad (3)$$

## **ВЫПОЛНЕНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА**

1. Убедиться в горизонтальности вискозиметра и весов по «уровням» встроенным в приборы. При отклонении от горизонтальности отрегулировать положение ножек.

1.1. Убедиться, что резиновые шланги, соединяющие вискозиметр и термостатическую ванну не пережаты. Если резиновые шланги пережаты, обратиться к лаборанту.

2. Определить массу пикнометра и записать ее в память электронных весов, для чего необходимо:

2.1 включить весы, нажав кнопку 1 (см рис 3).



**Рис. 3** Внешний вид электронных весов

2.2 нажать кнопку 2 «Cal» и дождаться сообщения «СС», а затем «0,000g».

2.3 поставить на весы пустой и сухой пикнометр и после определения его веса нажать кнопку 2 «Tare», после чего масса пикнометра запишется в память и будет автоматически вычитаться из полной массы при каждом последующем взвешивании. При последующих взвешиваниях весы будут показывать массу жидкости в пикнометре.

3. Определить температуру жидкости и принять ее за начальное значение  $T_0$ . Записать начальное значение температуры в таблицу 1.

4. Для текущего значения температуры определить время падения  $t$  шарика в жидкости, для чего:

4.1 перевернуть вискозиметр вокруг оси, тем самым приведя шарик в свободное падение;

4.2 с помощью электронного секундомера определить с точность до десятых долей секунды время падения шарика от верхней до нижней риски колбы вискозиметра (между 1 и 3 рисккой). Полученное время записать в таблицу 1.

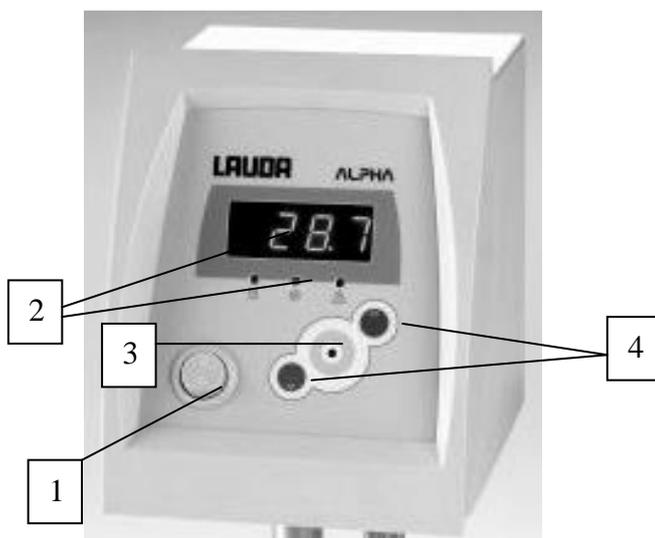
5. Параллельно с определением времени падения шарика необходимо определить массу жидкости в пикнометре, для чего необходимо:

5.1 с помощью спринцовки или пипетки Пастера заполнить **полностью** пикнометр водой из термостатической ванны. Закрыть пикнометр крышкой. С поверхности пикнометра убрать лишнюю влагу тряпкой или салфеткой.

5.2 пикнометр, **полностью** заполненный исследуемой жидкостью, поместить на электронные весы (**предварительно открыв крышку весов**), которые на экране покажут массу воды в граммах без массы пикнометра  $m_{ж}$ . Полученное значение записать в таблицу 1.

6. Включить термостат (если не включен) и выставить значение на 5 градусов больше предыдущего значения, для чего:

6.1 если не включен, то необходимо его включить, нажав кнопку 1 (см. рис. 4).



**Рис. 4** Внешний вид лицевой панели термостата

6.2 два раза нажать кнопку «Set» (3) (желтая кнопка).

6.3 с помощью кнопок  $\Delta \nabla$  (4) выставить необходимое значение температуры и нажать повторно кнопку «Set» (3) для подтверждения выставленного значения. Записать значение  $T_{ж}$  в таблицу.

6.4 после выставления температуры термостат начнет функционировать, что отразится в индикации 2.

6.5 ждать **7 МИНУТ** до стабилизации температуры жидкости в вискозиметре.

7. Согласно пунктам 4 и 5, определить значения массы жидкости в пикнометре и времени падения шарика в вискозиметре.

8. Пункты 6 и 7 повторить 7 раз<sup>1</sup> от начального значения температуры с шагом в 5 градусов до значения  $T_{ж} = T_0 + 30$ .

**Таблица 1** Экспериментальные данные

№ п/п	$T_{ж}$ , К	$m_{ж}$ , Г	$\rho_{ж}$ , Г/см <sup>3</sup>	$t$ , с	$\eta$ , мПа·с
1	$T_0$				
2	$T_0 + 5$				
...					
7	$T_0 + 30$				

9. После заполнения столбцов  $T_{ж}$ ,  $m_{ж}$  и  $t$  необходимо для каждого проведенного эксперимента вычислить плотность жидкости  $\rho_{ж}$ , Г/см<sup>3</sup> и динамическую вязкость  $\eta$ , мПа·с по формулам (3) и (4).

Справочные значения плотности и вязкости воды при различных температурах приведены в таблице 2.

## **АНАЛИЗ И ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ**

1. Представить полученные экспериментальные данные в графическом виде, для чего необходимо по оси абсцисс отложить значение  $1/T_{ж} * 1000, K^{-1}$ , а по оси ординат безразмерную величину  $\ln(\eta/\text{мПа} \cdot \text{с})$ . При этом экспериментальные данные должны с учетом погрешности эксперимента укладываться на прямую линию.

---

<sup>1</sup> Указанное число итераций может быть уменьшено по решению преподавателя при нехватке времени на занятии, но оно не может быть меньше 5 для возможности последующей обработки результатов эксперимента.

2. Найти коэффициенты линейной регрессии и построить аппроксимационную прямую. Убедиться в линейной зависимости полученных экспериментальных результатов.

Теоретически показано, что величина  $\ln(\eta/\text{мПа с})$  согласно (1), линейно зависит от  $1/T_{\text{ж}}$ . Однако экспериментально полученные значения содержат ошибки измерений, что отражается в отклонении экспериментальных точек на графике от прямой линии.

Для построения теоретически предсказанной прямой зависимости по полученным экспериментальным данным используется метод линейной регрессии. Метод линейной регрессии заключается в представлении набора экспериментальных точек  $(x_i, y_i)$  в виде линейной зависимости  $Y_i = a + bx_i$ . Нахождение параметров  $a$  и  $b$  по набору экспериментальных точек  $(x_i, y_i)$  является задачей линейной регрессии. Для нахождения параметров линейной регрессии, как правило, используется метод наименьших квадратов (МНК). Суть метода состоит в следующем: необходимо для функционала вида

$$S = \sum_{i=1}^n (y_i - Y_i)^2 \rightarrow \min,$$

где  $(x_i, y_i)$  – набор  $n$  экспериментальных точек (в нашем случае число проведенных измерений),  $Y_i = a + bx_i$  – линия (прямая) регрессии, определить параметры регрессии  $a$  и  $b$  из условия минимума функции  $S$ .

Для нахождения экстремума функции вычислим аналитические значения частных производных  $S$  по  $a$  и  $b$  и приравняем их нулю. В результате получим систему уравнений для нахождения  $a$  и  $b$ .

$$S = \sum_{i=1}^n (y_i - Y_i)^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - a - bx_i)^2 \rightarrow \min,$$

$$\begin{cases} \frac{\partial S}{\partial a} = 0 \\ \frac{\partial S}{\partial b} = 0. \end{cases},$$

$$\begin{cases} a \sum_{i=1}^n x_i + b \sum_{i=1}^n x_i^2 = \sum_{i=1}^n x_i y_i \\ na + b \sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n y_i \end{cases},$$

$$\begin{cases} \frac{a}{n} \sum_{i=1}^n x_i + \frac{b}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i y_i \\ a + \frac{b}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i \end{cases}.$$

Учитывая понятие среднего значения физической величины  $x$

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \langle x \rangle, \quad (5)$$

перепишем полученную систему в следующем виде

$$\begin{cases} a \langle x \rangle + b \langle x^2 \rangle = \langle xy \rangle \\ a + b \langle x \rangle = \langle y \rangle \end{cases}.$$

Тогда формулы для нахождения коэффициентов регрессии запишутся в виде

$$\begin{cases} a = \frac{\langle x^2 \rangle \langle y \rangle - \langle x \rangle \langle xy \rangle}{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2} \\ b = \frac{\langle xy \rangle - \langle x \rangle \langle y \rangle}{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2} \end{cases}. \quad (6)$$

Таким образом, для построения линии регрессии, необходимо по формулам (5) и (6) вычислить коэффициенты  $a$  и  $b$ , и на графике построить

прямую вида  $Y = a + bx$ , где  $x_i$  – значения  $1/T_{ж}^i * 1000$ ,  $y_i = \ln(\eta_i)$ ,  $i = 1..n$ ,  $n$  – число экспериментальных точек.

3. Определить величину доверительного интервала для проведенных измерений.

Интервал, в котором с заданной вероятностью находится истинное значение измеряемой величины называется доверительным интервалом. Полуширина доверительного интервала является оценкой погрешности результатов измерений. В нашем случае можно считать, что ширина доверительного интервала не зависит от температуры и составляет одно и тоже значение для всех экспериментальных точек.

Для оценки полуширины доверительного интервала вычислим погрешность единичного измерения  $\Delta y$  по следующей формуле:

$$\Delta y = t_{P,f} \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (y_i - Y_i)^2}, \quad (7)$$

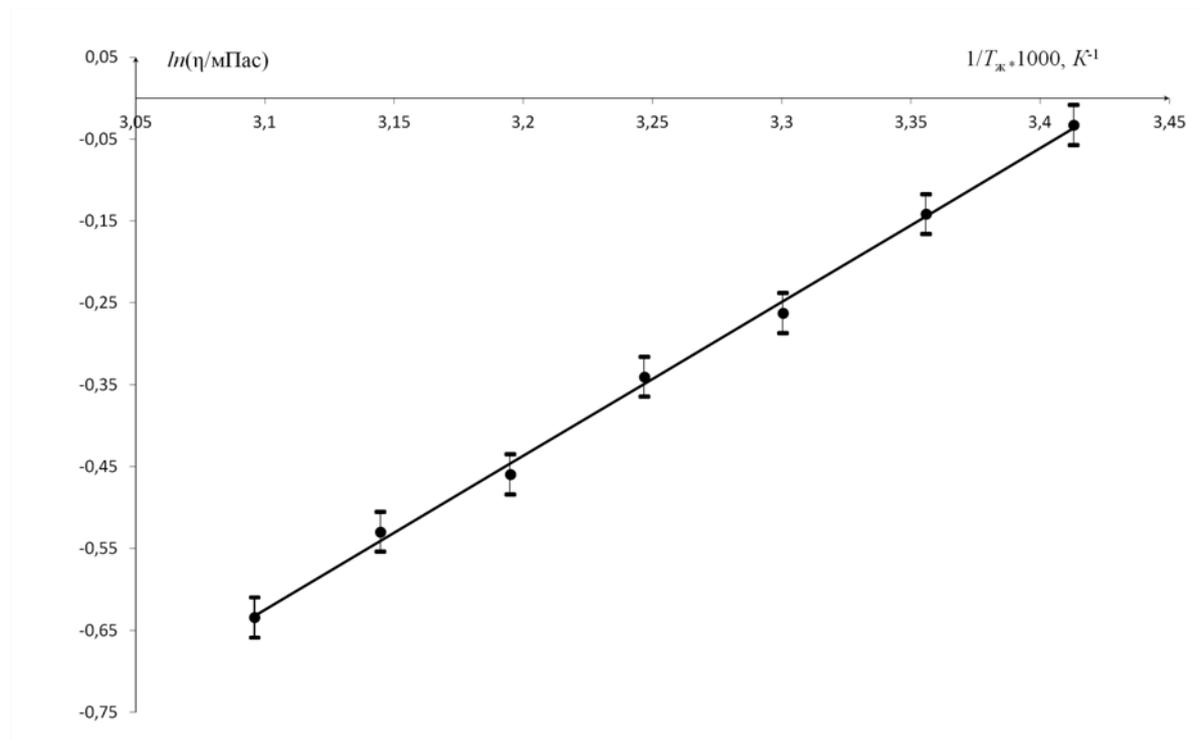
где  $n$  – количество измерений,  $y_i = \ln(\eta)_i$ ,  $Y_i = a + bx_i$ ,  $x_i$  – значения  $1/T_{ж}^i * 1000$ .

Множитель  $t_{P,f}$  называется коэффициентом Стьюдента для случая малого числа измерений и является функцией доверительной вероятности  $P$  (вероятности того, что истинное значение окажется в доверительном интервале) и числа измерений  $n$ . Для случая  $P = 0,95$  и  $f = n - 1 = 6$  величина коэффициента  $t_{P,f} \approx 2,45$  (для других значений  $P$  и  $f$  значения коэффициента Стьюдента приведены в таблице 3).

Таким образом, необходимо рассчитать полуширину доверительного интервала по формуле (7) с учетом  $t_{P,f}$  для фактического числа измерений значения  $n$  на графике построить доверительный интервал вида  $[y_i - \Delta y; y_i + \Delta y]$  для всех экспериментальных точек  $i = 1..n$ .

Критерием правильности построения линии регрессии и корректности проведения эксперимента будет служить тот факт, что линия регрессии проходит внутри доверительного интервала в каждой экспериментальной точке (для расчета коэффициентов  $a$ ,  $b$  и  $\Delta u$  допускается использование пакетов типа Microsoft Excel).

Пример графического представления экспериментальных данных приведен на рисунке 5.



**Рис. 5** Пример графического представления результатов эксперимента

Однако необходимо помнить, что возможны такие случаи, когда отдельные экспериментальные точки могут сильно отличаться от аппроксимации (от ожидаемого значения) и доверительный интервал не перекрывает линию аппроксимации. Такие точки называются выбросами и их необходимо исключать из последующего анализа.

## КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Основные отличия между агрегатными состояниями вещества. Свойства жидкостей и газов.
2. Идеальная жидкость. Что такое ламинарное движение жидкости?
3. Что такое вязкость? Коэффициенты динамической вязкости и кинематической вязкости.
4. В чём заключается измерение вязкости методом Стокса?
5. Каким образом динамическая вязкость жидкостей и газов зависит от температуры?
6. Что такое метод наименьших квадратов?
7. Что такое доверительный интервал?

## СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Глаголев К.В., Морозов А.Н. Физическая термодинамика. Изд.2, испр./ М.: МГТУ, 2007. — 272 с: ил. (Глава 6.2).
2. Матвеев А.Н. Молекулярная физика. Учеб. пособие для вузов. – М.: Высшая школа, 1981. – 400 с., ил. (Глава 6, §§50 – 52, §54, §56).
3. Савельев И.В. Курс общей физики. Т. 1. М.: Наука, 1989. – 352 с. (§§ 42-43).

## ПРИЛОЖЕНИЕ

**Таблица 2** Справочные значения плотности и вязкости воды

№ п/п	$T_{ж}, K$	$\rho_{ж}, г/см^3$	$\eta, мПа\cdot с$
1	293,15	0,9982	1,002
2	298,15	0,9970	0,897
3	303,15	0,9956	0,797
4	308,15	0,9940	0,726
5	313,15	0,9922	0,653
6	318,15	0,9902	0,597
7	323,15	0,9880	0,548

**Таблица 3** Коэффициент Стьюдента  $t_{p,f}$  для различных значений доверительной вероятности

Число степеней свободы $f = n - 1$	n	Доверительная вероятность			
		0,90	0,95	0,99	0,999
1	2	6,31	12,70	63,65	636,61
2	3	2,91	4,30	9,92	31,59
3	4	2,35	3,18	5,84	12,92
4	5	2,13	2,77	4,60	8,61
5	6	2,01	2,57	4,03	6,86
6	7	1,94	2,44	3,70	5,95
7	8	1,89	2,36	3,49	5,40
8	9	1,85	2,30	3,35	5,04
9	10	1,83	2,26	3,24	4,78
10	11	1,81	2,22	3,16	4,58
11	12	1,79	2,20	3,10	4,43