ИЗМЕРЕНИЕ СКОРОСТИ ЗВУКА В ВОЗДУХЕ И ЕЕ ЗАВИСИМОСТИ ОТ ТЕМПЕРАТУРЫ МЕТОДОМ РЕЗОНАНСА

Кириллов А.М., Новгородская А.В., Романов А.С.
МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004.

Кратко изложены физические основы распространения упругих волн в воздухе и методика определения их скорости методом резонанса. Для студентов второго семестра первого курса обучения МГТУ им. Н.Э. Баумана.

Цель работы - экспериментальное определение скорости звука в воздухе и ее зависимости от температуры по параметрам стоячей звуковой волны.

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Звуковая волна в газе является продольной и представляет собой распространяющуюся последовательность чередующихся областей сжатия и разряжения газа. Звуковые волны, т. е. волны частотой от 16 до 20000 Гц (эти граничные значения являются условными и относятся к средненормальному слуховому восприятию), ощущаются ухом человека безболезненно, если их интенсивность (и, соответственно, громкость) не превышает болевого порога, и не ощущаются совсем, если интенсивность меньше порога слышимости. Не воспринимаемые на слух волны с частотой менее 16 Гц называются инфразвуковыми, а с частотой более 20 000 Гц - ультразвуковыми.

Если обозначить давление и плотность газа, находящегося в однородном состоянии при отсутствии в нем звуковой волны, соответственно как P_0 = const и ρ_0 = const, то при наличии волны давление P и плотность ρ в каждой точке (т. е. в физически малом объеме) газа будут определяться как

$$P = P_0 + p \text{ и } \rho = \rho_0 + \rho',$$

где изменение (пульсация) давления $p \ll P_0$ и изменение (пульсация) плотности $\rho' \ll \rho_0$.

Из уравнения движения газа [1] или непосредственно из анализа движения частиц газа в звуковой волне [2] следует уравнение, связывающее пульсации плотности ρ' и давления p:

$$\frac{\partial^2 \rho'}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} \qquad (1)$$

или

$$\frac{\partial^2 \rho'}{\partial t^2} = \Delta p\ ,$$

где $\Delta = \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2}$ - оператор Лапласа; t - время и x, y, z - декартовые координаты.

Из-за малости пульсаций p и ρ' можно приближенно считать, что они пропорциональны:

$$p = v^2 \rho', \qquad (2)$$

где v^2 = const - коэффициент пропорциональности. Тогда уравнение (1) принимает вид

$$\frac{\partial^2 \rho'}{\partial t^2} = \Delta \rho' \qquad (3)$$

Уравнение вида (3) называется волновым, а постоянная $v>0$ является скоростью звука.

Будем считать, что газ является идеальным и совершенным (последнее означает, что его внутренняя энергия $U = mC_VT/\mu$, где C_V = const - молярная теплоемкость при постоянном объеме; T - абсолютная температура газа; m - масса газа; μ - молекулярная масса газа. Для воздуха $\mu = 28{,}96 \cdot 10^{-3}$ кг/моль). Воздух в широком интервале давлений и температур можно считать идеальным и совершенным газом.

Для вычисления скорости звука необходимо также уточнить, в каких условиях протекает процесс сжатия-разряжения в звуковой волне. Если, например, считать, что процесс сжатия-разряжения в звуковой волне является изотермическим и температура газа остается постоянной $T = T_0$=const, где T_0 - температура газа в однородном состоянии, то пульсации давления и плотности связаны уравнением состояния идеального газа

$$p=(RT/\mu)\rho' \qquad (4)$$

где R = 8,31 Дж/(моль·К) - универсальная газовая постоянная. В этом случае $\mathrm{v} = \mathrm{v}_T = \sqrt{RT_0/\mu}$.

Если же считать процесс сжатия-разряжения в звуковой волне адиабатическим (для этого надо предположить, что процесс происходит настолько быстро, что сколь либо заметный обмен теплом между различными частями газа отсутствует), то давление и плотность связаны уравнением адиабаты

$$P=const\cdot\rho^{\gamma} \qquad (5)$$

где γ - показатель адиабаты. Тогда из уравнения состояния (4) и уравнения адиабаты (5), с учетом предположения о малости пульсаций давления и плотности, можно получить адиабатическую скорость звука $\mathrm{v} = \mathrm{v}_S$:

$$p/\rho'=\mathrm{v}_S^{\,2} =\gamma RT_0/\mu, \qquad (6)$$

или

$$\mathrm{v}_S = \sqrt{\gamma RT_0/\mu}\ ,$$

где как и прежде T_0 - температура газа в отсутствие звуковой волны.

Для идеального совершенного газа $\gamma = C_P / C_V$, где C_P = const - молярная теплоемкость газа при постоянном давлении, $C_P = C_V + R$. Если считать воздух при условиях, близких к комнатным, двухатомным газом, то на основании гипотезы о равнораспределении внутренней энергии по степеням свободы для показателя адиабаты вычисляется ее теоретическое значение $\gamma = 1,4$.

Как видно, адиабатическая и изотермическая скорости звука при одинаковой температуре связаны соотношением $\mathrm{v}_S = \mathrm{v}_T\sqrt{\gamma}$.

В силу малой теплопроводности воздуха в обычных условиях и быстроты протекания процессов сжатия-разряжения в звуковой волне скорость звука в воздухе должна быть близкой к адиабатической скорости звука $\mathrm{v} = \mathrm{v}_S$.

Простейшим решением волнового уравнения (3) является плоская волна

$$\rho' = \xi(t \pm x/v), \qquad (8)$$

где ξ - функция общего вида. При этом знак «+» соответствует волне, бегущей в отрицательном направлении оси x, а знак «-» - в положительном.

В частности, плоская волна может быть монохроматической, если

$$\xi(t \pm x/v)=a\cdot\cos[\omega(t \pm x/v)].$$

Здесь a и ω - амплитуда и круговая частота соответственно. В этом случае определяются $\lambda=v2\pi/\omega$ - длина волны и $k = 2\pi/\lambda$ - волновое число, а уравнение плоской монохроматической волны переписывается в виде

$$\xi(t \pm x/v)= a\cos(\omega t \pm kx) \qquad (9)$$

Именно на определении параметров плоской монохроматической волны основано измерение скорости звука в данной работе.

Для этого в установке на некоторой частоте реализуется плоская стоячая волна, появление которой фиксируется по наступлению резонанса, что позволяет определить длину волны и, соответственно, скорость волны.

Стоячая волна генерируется при наложении двух встречных волн (обычно падающей и отраженной) с одинаковой амплитудой a и одинаковой круговой частотой ω: $\xi_1 = a\cos(\omega t - kx)$, $\xi_2 = a\cos(\omega t + kx)$. Уравнение возникающей стоячей волны имеет вид

$$\xi=\xi_1 + \xi_2 = a\cos(\omega t- kx)+ a\cos(\omega t+ kx)=2a\cos(kx)\cos(\omega t) \qquad (10)$$

Из соотношения (10) следует, что в отличие от бегущей волны в стоячей волне амплитуда $|2a\cos(kx)|$ есть функция координаты x. В точках, где имеет место

$$kx=2\pi/\lambda=n\pi, \text{ где } n=\ldots, -1, 0, 1, \ldots, \qquad (11)$$

амплитуда стоячей волны достигает максимального значения. Эти точки называются пучностями стоячей волны. В точках, где имеет место

$$kx=2\pi x/\lambda=(n+1/2)\pi, \text{ где } n=\ldots, -1, 0, 1, \ldots, \qquad (12)$$

амплитуда стоячей волны обращается в нуль. В этих точках колебания отсутствуют, и они называются узлами.

Из(11)и(12) следует, что расстояние (x_{n+1}-x_n) между соседними пучностями (или соседними узлами) равно половине длины волны:

$$x_{n+1}-x_n=(n+1)\lambda/2-n\lambda=\lambda/2.$$

В настоящей работе измерение скорости звука v происходит по параметрам стоячей звуковой волны, возникающей в столбе воздуха длины L, заключенном в трубку, закрытую с обоих концов. Условием возникновения стоячей волны является равенство длины трубки целому числу длин полуволн: $L = i\lambda/2$, где $i = 1, 2, ...$, так как на закрытых торцах трубки в силу условий отражения реализуются узлы стоячей волны.

Возникновение стоячей звуковой волны сопровождается наступлением резонанса, когда амплитуда звуковых колебаний максимальна, что служит в данной работе условием реализации стоячей звуковой волны. Соответствующие резонансные частоты связаны с фазовой скоростью соотношением

$$\nu_{РЕЗ}=iv/2L, \text{ где } i=1, 2, \ldots \tag{13}$$

Тогда фазовая скорость может быть определена по формуле

$$v=2L\nu_{MIN}, \tag{14}$$

где ν_{MIN} - минимальная резонансная частота звуковой волны.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ

Рабочий участок установки («Резонатор», рис. 1) содержит металлическую трубу 1 (длина трубы известна: L = 180 мм) и пульт 6. Один торец трубы закрыт крышкой, а другой - динамиком 4 и микрофоном 5. На трубу намотана нагревательная обмотка 2. В трубу ввернут датчик температуры 3. Динамик подключен к генератору гармонического сигнала, микрофон - к индикатору резонанса (оба устройства входят в состав пульта 6).

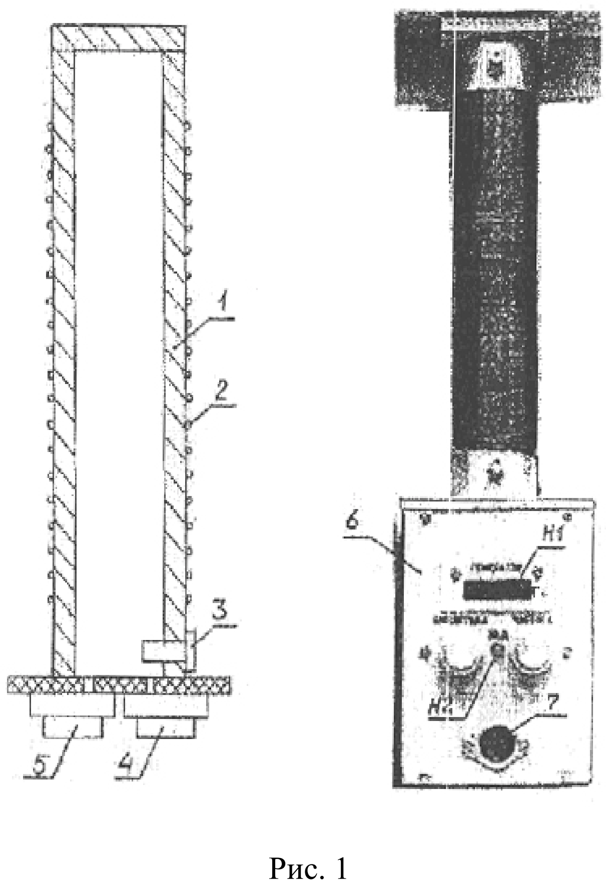

Рис. 1

Пульт резонатора содержит генератор с регулируемыми амплитудой и частотой (700÷3000 Гц), цифровой частотомер с 4-х разрядным индикатором H1, индикатор резонанса (светодиод) H2, ручки регулировки частоты и амплитуды, органы коммуникации. Электропитание всех устройств производится через разъем 7, подключаемый через кабель к разъему «Термостат» прибора ИСТ (рис. 2).

Изменяя частоту сигнала, по максимумам амплитуды находят резонансные частоты $\nu_{РЕЗ}$, а затем и скорость звука. Нагрев термостата и измерение его температуры производится прибором ИСТ. Схема передней панели ИСТ приведена на рис. 2.

Включение прибора в сеть производится тумблером «СЕТЬ».

Результаты измерения можно наблюдать на 4-х разрядном цифровом индикаторе H1. Свечение индикатора свидетельствует о включении прибора в сеть. В нашем случае когда нажата кнопка T_2, измеряется температура термостата.

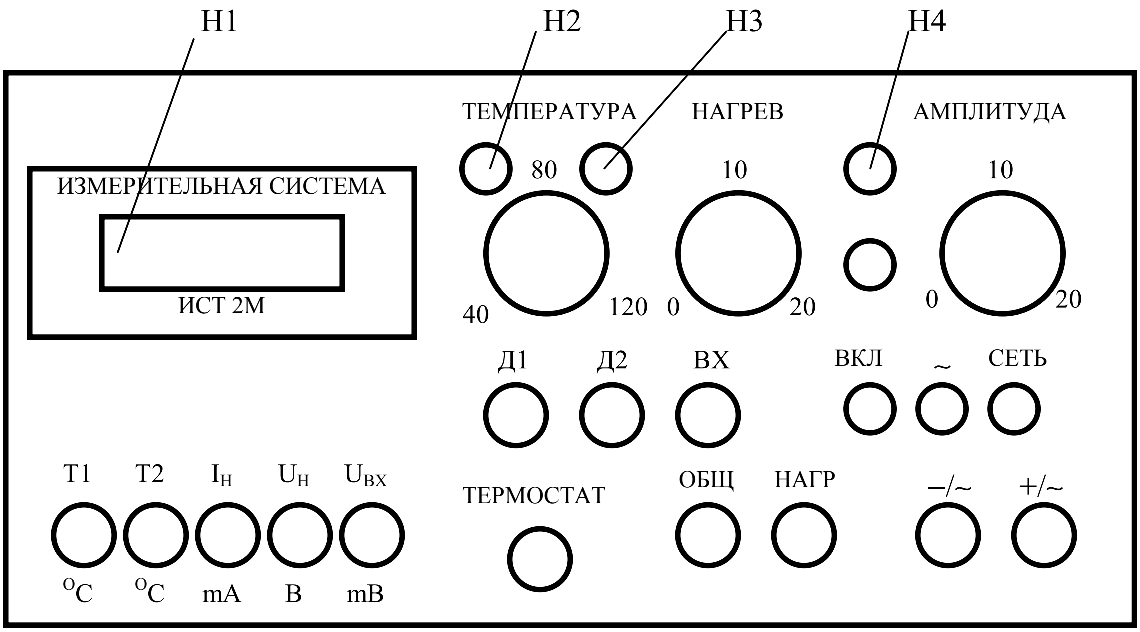

Рис. 2

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТА

1. Включить прибор ИСТ тумблером «сеть» и убедиться в этом, наблюдая свечение индикатора. При этом также происходит подключение «Резонатора». Начальное включение прибора ИСТ должно происходить при выключенном нагреве термостата. В этом необходимо убедиться, проверив положение ручки «нагрев» на передней панели прибора ИСТ: она должна находиться в положении «0».
2. На пульте резонатора вывести ручку «частота» в крайнее левое положение, что соответствует минимально возможной частоте генератора (~300 Гц). Ручку «амплитуда» поставить в крайнее правое положение, что соответствует максимально возможной амплитуде гармонического сигнала генератора.
3. Постепенно увеличивая частоту сигнала генератора, вращая ручку «частота» на пульте резонатора, добиться загорания индикатора резонанса Н2 на пульте резонатора. Записать частоту сигнала генератора по индикатору генератора Н1 на пульте резонатора в таблицу. По окончании повернуть ручку «частота» в крайнее левое положение.
4. При нажатой кнопке T_2 на передней панели прибора ИСТ снять показания температуры трубы резонатора по индикатору на передней панели прибора ИСТ и записать в таблицу.
5. Вращая ручку «частота» на передней панели резонатора, убедиться в возможности наблюдения резонанса на других частотах. Записать полученные резонансные частоты в отчет.
6. Включить тумблер «нагрев», ручку «нагрев» на панели прибора ИСТ поставить в положение 15 В, ручку «температура» в положение 100 °С.
7. При достижении нужной температуры трубы резонатора (от 30 до 100 °С с шагом 10°), которая определяется по индикатору панели прибора ИСТ при нажатой кнопке T_2, вращая ручку «частота» на панели резонатора, фиксировать минимальную частоту резонанса ν по индикатору Н1 генератора при загорании индикатора резонанса Н2. Результаты записать в таблицу.

Т, °С	Без нагрева	30	40	…	100
ν_{MIN}, ГЦ					
v, м/с					
v^2, $(м/с)^2$					
v_S, м/с					

8. По формуле (14) (напомним, что длина трубы резонатора L = = 180 мм) рассчитать скорость звука v для каждой температуры термостата и результаты занести в таблицу. По полученным результатам рассчитать v^2, результаты также занести в таблицу. По формуле (7) рассчитать теоретическое значение адиабатической скорости звука при γ=1,4 и также занести в таблицу.
9. На миллиметровой бумаге построить график зависимости v^2 от температуры воздуха T по данным таблицы. Воспользовавшись линейкой, на графике провести прямую линию так, чтобы отклонение экспериментальных точек от этой прямой линии было приблизительно минимальным. На этой линии взять две произвольные точки 1 и 2 и определить тангенс ее наклона θ по формуле $\theta = (v_1^2 - v_2^2)/(T_1 - T_2)$, где нижний индекс соответствует номеру точки.
10. Исходя из формулы (6), в предположении, что скорость звука равна адиабатической скорости звука v_S, определить постоянную адиабаты $\gamma_{ЭКСП}$ по формуле $\gamma_{ЭКСП} = \theta\mu/R$ и сравнить ее с теоретическим значением.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Почему можно приближенно считать, что скорость звуковой волны в воздухе близка адиабатической скорости звука? Воспользовавшись формулой приближенного вычисления или формулой разложения в ряд Тейлора, получить соотношение (6).
2. Почему образование стоячей волны в трубе резонатора соответствует наступлению резонанса? Вывести соотношение (10) для плоской стоячей волны.
3. Почему теоретическое значение постоянной адиабаты воздуха принимается равным 1,4? Чему можно считать равным показатели адиабаты гелия, аргона, азота, кислорода, входящих в состав воздуха, при нормальных условиях?

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика: В 10 т. Т. VI: Гидродинамика. М: Наука; Физматлит, 1986.
2. Савельев И.В. Курс общей физики: В 5 кн. Кн. 3: Молекулярная физика и термодинамика. М.: Наука; Физматлит, 1998.