

**И.Н. Фетисов**

## **МЕХАНИЧЕСКИЙ РЕЗОНАНС**

*Методические указания к выполнению  
лабораторной работы М-17 по курсу общей физики*

Под редакцией *Н.К. Веретимус*

Москва, 2012

### **ВВЕДЕНИЕ**

Движения и процессы колебательного характера часто встречаются в физических явлениях и технических устройствах [1–4]. Физическая система, совершающая колебания, называется *осциллятором* (от лат. *oscillo* – качаюсь). Примеры осцилляторов повсеместны: часы; музыкальная струна; автомобиль на рессорах; радиотехнические и электронные устройства и т.д.

Колебания подразделяют на *свободные*, или *собственные*; *вынужденные*; *автоколебания* (примеры: часы, генератор тока высокой частоты) и др.

Вертикальное движение тела, подвешенного на пружине, служит примером *свободных* колебаний. Частота свободных колебаний, называемая *собственной* частотой, определяется параметрами осциллятора: для пружинного осциллятора – массой тела и жесткостью пружины.

Если на тело, подвешенное на пружине, действовать внешней вертикальной силой, изменяющейся по гармоническому (синусоидальному) закону, то возникнут *вынужденные* колебания. Они происходят с частотой вынуждающей силы. С изменением частоты изменяется амплитуда вынужденных колебаний. На частоте, близкой к собственной частоте, амплитуда может резко возрасти. Это явление называют *резонансом*.

Резонанс – очень важное явление в колебательных процессах. Резонанс бывает и полезным, и вредным. Например, резонанс в электрическом  $LC$ -контуре радиоприемника полезен, он служит для настройки приемника на определенную радиостанцию. В механических устройствах резонанс часто вреден, вызывая большие вибрации, шум, быстрый износ и даже разрушение конструкции. Неприятный для слуха резонанс можно наблюдать иногда в автобусе при его разгоне с места; возвратно-поступательное движение поршней в моторе создает раскачивающую силу для листов кузова, которые при некоторых оборотах мотора заметно дребезжат.

Колебания различной физической природы (механические, электромагнитные и др.) имеют много общего с точки зрения их сущности и математического описания. Поэтому изучение механических колебаний закладывает основу для понимания и электромагнитных колебаний.

*Цель работы* – ознакомиться со свободными и вынужденными колебаниями, с резонансом. В экспериментальной части работы изучить свободные и вынужденные колебания рамки электроизмерительного прибора, определить характеристики резонанса.

## ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

### 1. Свободные незатухающие колебания

Характеристики вынужденных колебаний и резонанса взаимосвязаны с характеристиками свободных колебаний. Поэтому сначала рассмотрим свободные колебания, которые подразделяют на незатухающие и затухающие.

Свободные незатухающие колебания могли бы возникнуть в механической системе, если бы в ней полностью отсутствовали силы трения, приводящие к превращению механической энергии в тепловую. Хотя такие колебания – идеализация, изучение колебаний полезно начинать именно с них.

*Пружинный осциллятор с поступательным движением.* Рассмотрим свободные колебания осциллятора, состоящего из тела массой  $m$  и легкой пружины жесткостью  $k$  (рис. 1). Движение происходит без трения вдоль горизонтальной

прямой. Отклонение тела из положения равновесия обозначим  $x$  (в положении равновесия  $x = 0$ ). При растяжении (сжатии) пружины на величину  $x$  на тело со стороны пружины действует упругая сила, подчиняющаяся закону Гука:

$$F_y = -kx, \quad (1)$$

где  $k$  – коэффициент жесткости пружины.

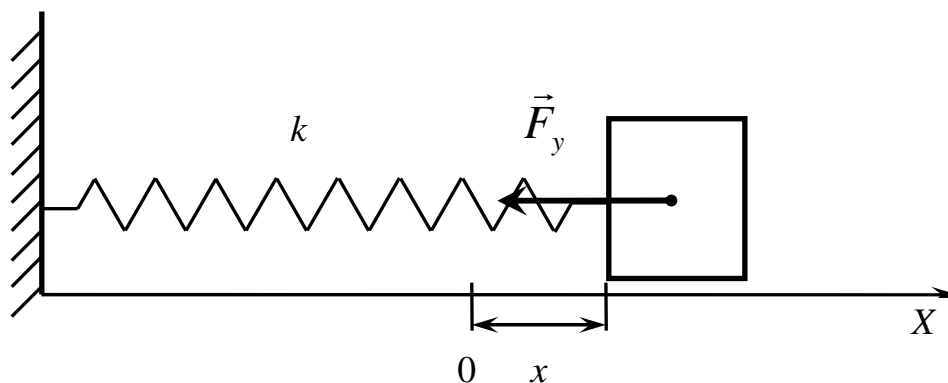


Рис. 1. Пружинный осциллятор с поступательным движением

Согласно второму закону Ньютона, произведение массы на ускорение  $a = \ddot{x}$  равно силе:

$$m\ddot{x} = -kx. \quad (2)$$

Введем обозначение

$$\omega_0^2 = \frac{k}{m}.$$

Тогда уравнение динамики (2) преобразуется к форме, называемой *дифференциальным уравнением свободных незатухающих колебаний*:

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0. \quad (3)$$

Решением уравнения (3) является *гармоническая* функция (косинус или синус):

$$x = A \cos(\omega_0 t + \alpha), \quad (4)$$

где  $x$  – отклонение из положения равновесия;  $A$  – амплитуда колебаний (наибольшее отклонение);  $(\omega_0 t + \alpha)$  – фаза колебаний;  $\alpha$  – фаза в момент времени  $t = 0$  (начальная фаза);  $\omega_0$  – круговая, или циклическая, частота.

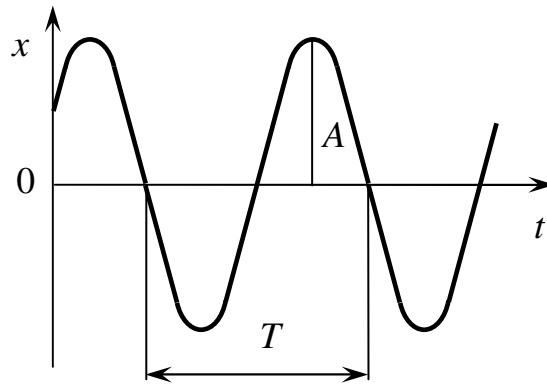


Рис. 2. График незатухающих гармонических колебаний

График гармонических колебаний показан на рис. 2. Через интервалы времени

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0}$$

весь процесс в точности повторяется. Поэтому  $T$  называют *периодом гармонических колебаний*. Число колебаний за единицу времени называют *частотой колебаний*

$$\nu = \frac{1}{T}.$$

Частота измеряется в герцах, Гц = с<sup>-1</sup>. Например, частота переменного промышленного тока  $\nu = 50$  Гц, или 50 колебаний в секунду. Частота  $\nu$ , период колебаний  $T$  и круговая частота  $\omega$ , с<sup>-1</sup> (герцем называть нельзя) связаны соотношением

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu.$$

Собственная циклическая частота пружинного осциллятора равна

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}},$$

а период колебаний

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}.$$

При небольших деформациях пружины, в пределах которых выполняется линейный закон Гука (1), колебания будут гармоническими, а их частота не зависит от амплитуды.

Амплитуда и начальная фаза определяются тем, как система была выведена из состояния покоя – начальным отклонением и толчком. Например, если тело маятника отклонили из положения равновесия на величину  $A$  в положительном направлении и отпустили без толчка, то в формуле (4) амплитуда равна  $A$ , а начальная фаза  $\alpha = 0$ . Если тело отклонили в противоположном направлении, то  $\alpha = \pi$ .

Полная механическая энергия  $E$  свободных незатухающих колебаний остается постоянной и для пружинного осциллятора в любой момент времени описывается выражением

$$E = E_{\text{к}} + E_{\text{п}} = \frac{mv^2}{2} + \frac{kx^2}{2} = \text{const.}$$

В процессе колебаний происходит «перекачивание» энергии из кинетической  $E_{\text{к}}$  в потенциальную  $E_{\text{п}}$  и обратно.

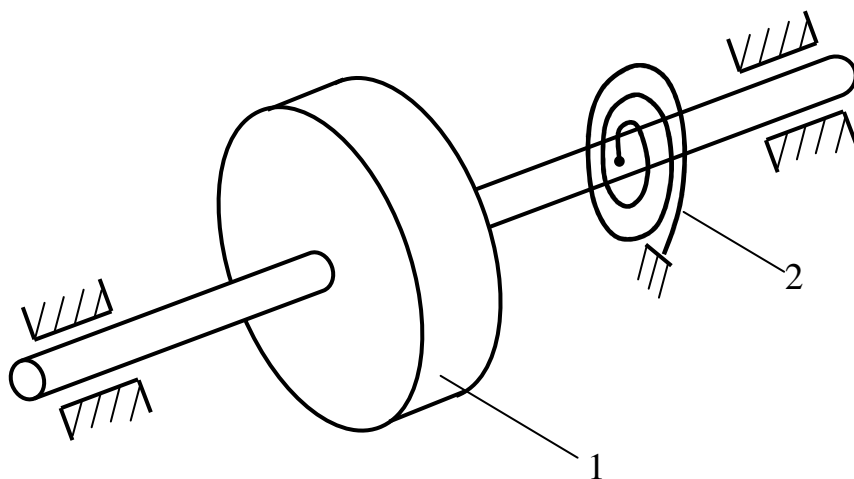


Рис. 3. Пружинный осциллятор с вращательным движением

*Пружинный крутильный осциллятор.* Такой осциллятор отличается от предыдущего только тем, что в нем происходит вращательное движение (рис. 3). Упругую силу создает плоская спиральная пружина 2, один конец которой скреплен

с осью, а другой – с упором. Такой осциллятор используется в часах и электроизмерительных приборах.

Закрученная на угол  $\varphi$  пружина создает момент упругих сил (моментом силы называют произведение силы на плечо), приложенный к вращающемуся телу 1:

$$M_y = -D\varphi,$$

где  $D$  – коэффициент жесткости пружины, работающей на скручивание. Это выражение аналогично закону Гука для деформаций сжатия-растяжения (1). Напомним, что.

Запишем уравнение динамики вращательного движения твердого тела вокруг неподвижной оси [1-3]:

$$J\ddot{\varphi} = -D\varphi, \quad (5)$$

где  $J$  – момент инерции тела,  $\text{кг}\cdot\text{м}^2$ ;  $\ddot{\varphi}$  – угловое ускорение.

Введем обозначение

$$\omega_0^2 = \frac{D}{J} \quad (6)$$

и подставим его в (5). В результате получим дифференциальное уравнение свободных гармонических крутильных колебаний, совпадающее с уравнением (3):

$$\ddot{\varphi} + \omega_0^2\varphi = 0.$$

Следовательно, крутильные колебания также происходят по гармоническому закону

$$\varphi = A \cos(\omega_0 t + \alpha)$$

с частотой  $\omega_0$  (см. (6)) и периодом

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{D}}.$$

Как видим, нет принципиальных различий между пружинными осцилляторами с поступательным и вращательным движением.

## 2. Свободные затухающие колебания

В реальных механических осцилляторах имеются диссипативные силы трения, превращающие механическую энергию в теплоту; в результате свободные колебания затухают.

В практически важных осцилляторах затухание обусловлено *внутренним*, или *вязким*, трением, а не трением скольжения одного твердого тела по другому. Внутреннее трение возникает при движении тел в газе или жидкости. Именно это трение ограничивает скорость плавания или быстрого движения в воздухе.

Сила внутреннего трения, называемая также силой *сопротивления*, направлена против вектора скорости. При небольших скоростях поступательного движения сила сопротивления пропорциональна скорости [1,2]

$$F_c = -ru, \quad (7)$$

где  $r$  – коэффициент сопротивления, зависящий от коэффициента вязкости среды, а также от размеров и формы тела.

При вращении тела вокруг неподвижной оси на тело действует момент сил сопротивления, пропорциональный угловой скорости вращения  $\dot{\varphi}$ :

$$M_c = -R\dot{\varphi},$$

где  $R$  – коэффициент сопротивления при вращении.

В уравнение динамики крутильного осциллятора (5) добавим момент силы сопротивления:

$$J\ddot{\varphi} = -D\varphi - R\dot{\varphi}. \quad (8)$$

Уравнение (8) приведем к стандартному виду, называемому *дифференциальным уравнением свободных затухающих колебаний*:

$$\ddot{\varphi} + 2\beta\dot{\varphi} + \omega_0^2\varphi = 0, \quad (9)$$

где

$$\omega_0^2 = \frac{D}{J},$$

$$\beta = \frac{R}{2J}.$$

Решение уравнения (9) при  $\omega_0 > \beta$  имеет вид:

$$\varphi = A_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \alpha), \quad (10)$$

где

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}. \quad (11)$$

Выражение (10) описывает свободные затухающие колебания (рис. 4). Строго говоря, затухающие колебания – непериодический процесс. Однако их принято рассматривать как условно периодические с убывающей амплитудой, круговой частотой (11) и периодом

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}.$$

Как видно из (11), частота  $\omega$  затухающих колебаний меньше частоты  $\omega_0$  незатухающих колебаний, но их различие мало в случае слабого затухания.

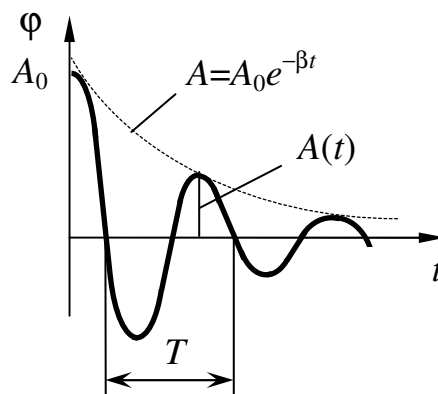


Рис. 4. График затухающих колебаний

Амплитуда колебаний уменьшается со временем по экспоненциальному закону, показанному штрихами на рис. 4:

$$A(t) = A_0 e^{-\beta t}, \quad (12)$$

где величина  $\beta$ ,  $\text{с}^{-1}$ ,

$$\beta = \frac{R}{2J} \quad (13)$$

называется *коэффициентом затухания*.

Быстроту затухания характеризуют и другие параметры осциллятора.



1. Время, за которое амплитуда уменьшается в  $e = 2,72$  раза, называют *временем релаксации*

$$\tau = 1/\beta.$$

2. Постоянное отношение амплитуды  $A(t)$  к амплитуде  $A(t+T)$  через один период называют *декрементом* затухания

$$\chi = \frac{A(t)}{A(t+T)} = e^{\beta T}. \quad (14)$$

В лабораторной работе декремент затухания находят следующим способом. Отклонив маятник на величину  $A_0$ , отпускают его без толчка и измеряют амплитуду  $A(nT)$  через  $n$  периодов. Декремент вычисляют по формуле

$$\chi = \left[ \frac{A_0}{A(nT)} \right]^{1/n}. \quad (15)$$

Оптимальная величина  $n$  зависит от степени затухания.

3. *Логарифмический декремент* затухания равен

$$\lambda = \ln \chi = \ln e^{\beta T} = \beta T. \quad (16)$$

4. *Число колебаний*  $N_e$ , совершаемых системой за время релаксации, равно

$$N_e = \frac{\tau}{T} = \frac{1}{\beta T} = \frac{1}{\lambda}. \quad (17)$$

При большом коэффициенте затухания, когда  $\beta \geq \omega_0$ , колебания не возникают. Система, выведенная из равновесия, плавно возвращается в него. Хорошо известным примером служит дверь с пружиной и демпфирующим устройством.

### 3. Вынужденные колебания

При воздействии на осциллятор внешней силы, изменяющейся по гармоническому закону, возникают незатухающие гармонические колебания, называемые *вынужденными*.

С момента приложения вынуждающей (раскачивающей) силы сначала происходят переходные колебательные движения, а затем возникают *установившиеся вынужденные колебания* с частотой, равной частоте вынуждающей силы (рис. 5). Длительность переходного процесса по порядку величины равна времени ре-

лаксации  $\tau$  свободных затухающих колебаний. Следовательно, переходный процесс длится тем дольше, чем меньше затухание.

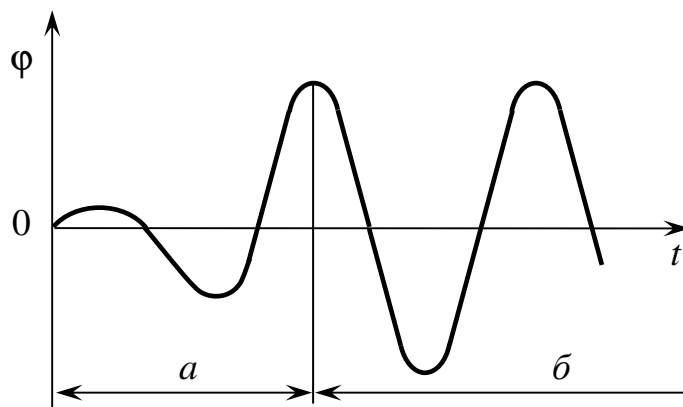


Рис. 5. Процесс установления вынужденных колебаний:

$a$  – переходный процесс;  $б$  – установившиеся вынужденные колебания

Поскольку подводимая извне энергия пропорциональна амплитуде колебаний, а потери на трение пропорциональны квадрату амплитуды, амплитуда возрастает до тех пор, когда потери сравняются с подводимой энергией.

Пусть на крутильный пружинный осциллятор действует внешняя вынуждающая сила, момент которой равен

$$M(t) = M_0 \cos \Omega t,$$

где  $\Omega$  и  $M_0$  – круговая частота и амплитуда момента силы, соответственно.

В уравнение динамики (8) для крутильного осциллятора добавим момент вынуждающей силы:

$$J\ddot{\varphi} = -R\dot{\varphi} - D\varphi + M_0 \cos \Omega t.$$

Это уравнение принято записывать в следующем виде:

$$\ddot{\varphi} + 2\beta\dot{\varphi} + \omega_0^2\varphi = \frac{M_0}{J} \cos \Omega t, \quad (18)$$

в котором выражения для  $\beta$  и  $\omega_0^2$  те же, что приводились выше:

$$\omega_0^2 = \frac{D}{J}; \quad \beta = \frac{R}{2J}.$$

Для установившихся вынужденных колебаний решение уравнения (18) имеет вид [1-4]:

$$\varphi = A \cos(\Omega t - \alpha). \quad (19)$$

Вынужденные колебания происходят с частотой вынуждающей силы  $\Omega$ . Они отстают по фазе от раскачивающей силы на величину  $\alpha$ , анализ которой приведен в литературе [1-4]. Амплитуда вынужденных колебаний равна

$$A = \frac{M_0/J}{\sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + 4\beta^2\Omega^2}}, \quad (20)$$

Амплитуда колебаний пропорциональна амплитуде  $M_0$  момента вынуждающей силы, зависит от частоты  $\Omega$  и коэффициента затухания  $\beta$ .

Обсудим сначала предельные случаи по частоте колебаний.

Как видно из (20), при частоте, стремящейся к нулю  $\Omega \rightarrow 0$ , амплитуда колебаний равна

$$A_{\text{ст}} = M_0/D. \quad (21)$$

Это выражением получаем из формулы (20) подстановкой  $\omega_0^2 = D/J$ . Величина  $A_{\text{ст}}$  называется *статическим отклонением* и представляет собой отклонение из положения равновесия, получаемое осциллятором под действием постоянного момента сил, равного  $M_0$ . В случае очень низких частот колебания происходят в одинаковой фазе с вынуждающей силой ( $\alpha = 0$ ) и с амплитудой  $A_{\text{ст}}$ . При этом движение тела происходит так, как будто осциллятор состоит только из пружины, которая медленно деформируется под действием внешней силы в соответствии с законом Гука.

В случае высоких частот, которые много больше собственной частоты  $\omega_0$ , амплитуда вынужденных колебаний определяется приближенным выражением

$$A \approx M_0/(J\Omega^2).$$

Как видим, с увеличением частоты амплитуда вынужденных колебаний стремится к нулю. При этом пружина и сила сопротивления практически не оказывают влияния на движение массивного тела осциллятора, а отклонение и вынуждающая сила находятся в противофазе:  $\alpha = \pi$ .

## 4. Резонанс

Графическая зависимость амплитуды вынужденных колебаний от частоты (20) называется *резонансной кривой* (рис. 6). На частоте вынуждающей силы  $\Omega_p$ , близкой к частоте свободных колебаний, амплитуда вынужденных колебаний достигает максимума. Это явление называют *резонансом*, а частоту  $\Omega_p$  – *резонансной частотой*.

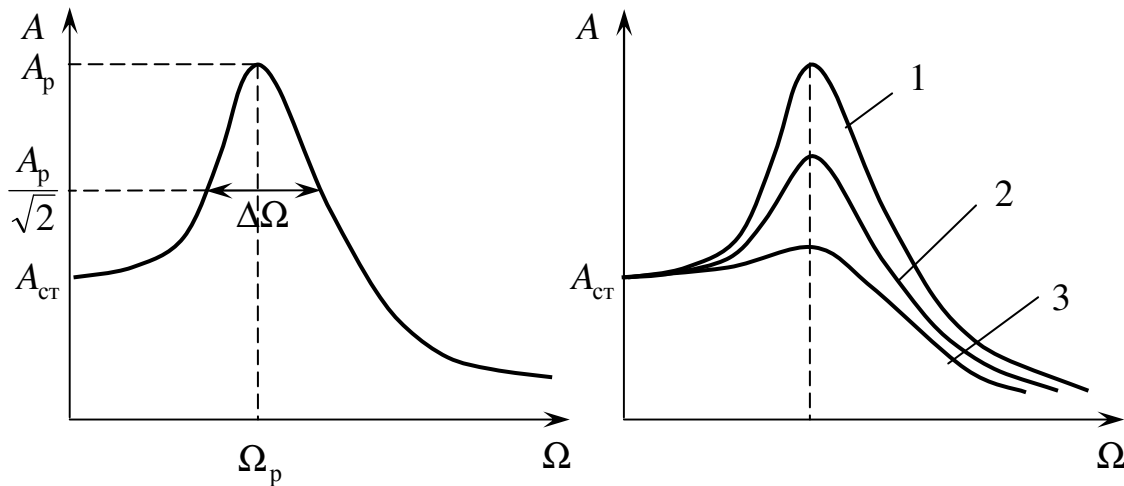


Рис. 6. Резонансные кривые:

*a* – показана ширина резонансной кривой  $\Delta\Omega$ ;

*б* – коэффициент затухания возрастает при переходе от кривой 1 к кривой 3

Из условия экстремума функции (20), т.е. из выражения  $\frac{dA(\Omega)}{d\Omega} = 0$ , нахо-

дим резонансную частоту

$$\Omega_p = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}. \quad (22)$$

Подставив (22) в (20), получим выражение для амплитуды при резонансе

$$A_p = \frac{M_0/J}{2\beta\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}. \quad (23)$$

Резонансная амплитуда возрастает с уменьшением коэффициента затухания  $\beta$ . На рис. 6, *б* показаны резонансные кривые для трех значений коэффициента затухания, который возрастает с увеличением номера графика. При большом затухании (кривая 3) резонансный пик практически исчезает. Следовательно, чем

меньше затухание свободных колебаний, тем сильнее проявляется резонансный эффект.

Резонансная частота  $\Omega_p$  меньше собственной частоты  $\omega_0$  свободных незатухающих колебаний, причем различие уменьшается с уменьшением коэффициента затухания (см. (22)). Формулу (22) для резонансной частоты представим в следующем виде, выразив коэффициент  $\beta$  через  $N_e$  (см. (17)):

$$\Omega_p = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{2\pi^2 N_e^2}}$$

Величина  $N_e$ , равная числу колебаний за время релаксации, наглядно характеризует затухание свободных колебаний. Для случая очень быстрого затухания, когда  $N_e = 1$ , резонансная частота примерно на 3% меньше собственной частоты  $\omega_0$ . Если же  $N_e = 10$ , то различие составляет всего 0,03%. Поэтому небольшим отклонением резонансной частоты от собственной частоты часто можно пренебречь.

Поскольку резонансная частота слабо зависит от коэффициента затухания, на рис. 6, б для его упрощения резонансная частота показана одинаковой для трех кривых.

## 5. Добротность осциллятора

Важной характеристикой осциллятора является его *добротность*  $Q$ . Добротность имеет несколько определений, которые взаимосвязаны, и одно определение следует из другого для осциллятора с небольшим затуханием.

1) Добротность равна

$$Q = \pi N_e = \pi / \lambda, \quad (24)$$

где  $\lambda$  – логарифмический декремент затухания (см. (16)),  $N_e$  – число колебаний за время релаксации (см. (17)). Следовательно, чем меньше затухание свободных колебаний, тем выше добротность.

2) Другое определение добротности:

$$Q = 2\pi E / \Delta E, \quad (25)$$

где  $E$  – энергия осциллятора в данный момент,  $\Delta E$  – потеря энергии за один текущий период колебаний.

Приведем порядок величины добротности некоторых осцилляторов [3]: электромеханический вольтметр  $Q=2 \dots 5$ ; сейсмические колебания земной коры  $Q=25 \dots 1400$ ; рояльная струна  $Q=10^3$ ; кварцевая пластина в кварцевых часах  $Q=10^4 \dots 10^5$ .

Рассмотрим струну с добротностью  $Q=10^3$ . Она совершает  $N_e = Q/\pi = 320$  свободных колебаний, прежде чем амплитуда уменьшится  $e = 2,72$  раза (см. (24)). Логарифмический декремент затухания равен  $\lambda = \pi/Q = 3,14 \cdot 10^{-3}$ . Отношение амплитуд в двух соседних периодах  $\chi = \frac{A(t)}{A(t+T)} = 1,003$ . За один период энергия осциллятора уменьшается на 0,6%, или  $\Delta E/E = 2\pi/Q = 0,0063$  (см. (25)).

Добротность осциллятора наглядно характеризует резонанс, поэтому рассмотрим еще два определения добротности.

- 3) Добротность равна отношению амплитуды при резонансе к статическому отклонению:

$$Q = \frac{A_p}{A_{ст}}. \quad (26)$$

Чем больше добротность, тем выше резонансный отклик осциллятора по сравнению с нерезонансным.

- 4) Добротность равна отношению резонансной частоты к ширине резонансной кривой  $\Delta\Omega$

$$Q = \frac{\Omega_p}{\Delta\Omega}. \quad (27)$$

Величину  $\Delta\Omega$  определяют по резонансной кривой на уровне, где амплитуда в  $\sqrt{2}$  раз меньше амплитуды  $A_p$  в резонансе (см. рис. 6, а).

Выражение (27) важно, например, для радиоприемника, в котором происходят вынужденные колебания напряжения в  $LC$ -контуре, настроенном в резонанс с колебаниями в электромагнитной волне радиостанции. Две радиостанции с близкими частотами  $\Omega_1$  и  $\Omega_2$  могут приниматься отдельно, если разность частот много больше ширины резонансной кривой:

$$|\Omega_1 - \Omega_2| \gg \Delta\Omega = \Omega/Q,$$

где  $\Omega$  – среднее значение частоты двух радиостанций.

Добротность осциллятора зависит от его параметров:

для пружинного осциллятора с поступательным движением

$$Q = \frac{\sqrt{mk}}{r}, \quad (28)$$

для крутильного осциллятора

$$Q = \frac{\sqrt{JD}}{R}. \quad (29)$$

Из формул (28) и (29) видно, как можно изменять добротность. Для увеличения добротности и усиления резонанса необходимо увеличивать массу  $m$  (или момент инерции  $J$ ) и жесткость пружины ( $k$  или  $D$ ), а коэффициент сопротивления ( $r$  или  $R$ ) – уменьшать. Для борьбы с резонансом необходимо уменьшать добротность, делая все наоборот.

Если массу (или момент инерции) изменить так же, как и жесткость пружины, частота осциллятора не изменится (см. (6)). Например, момент инерции и жесткость увеличили в десять раз при неизменном коэффициенте сопротивления; тогда при неизменной частоте добротность возрастет в десять раз.

## 5. Колебания в электроизмерительном приборе

Приборы магнитоэлектрической системы (вольтметр, амперметр, гальванометр) представляют собой осциллятор. Такие приборы используются в данной работе для изучения колебаний и резонанса.

Прибор магнитоэлектрической системы, используемый для измерения силы постоянного тока или напряжения, схематически изображен на рис. 7. Он состоит из постоянного магнита (не показанного на рисунке), в поле которого 1 расположена на оси прямоугольная рамка 2, содержащая много витков медного провода. При пропускании через рамку постоянного тока на нее действует момент сил Ампера (напомним, что сила Ампера равна  $F = IBl \sin \alpha$ ), в результате чего рамка поворачивается. Две спиральные пружины 3 закручиваются, создавая противодейст-

вующий момент упругих сил. При наступлении равновесия угол поворота рамки, вместе с прикрепленной к ней стрелкой, пропорционален силе тока.

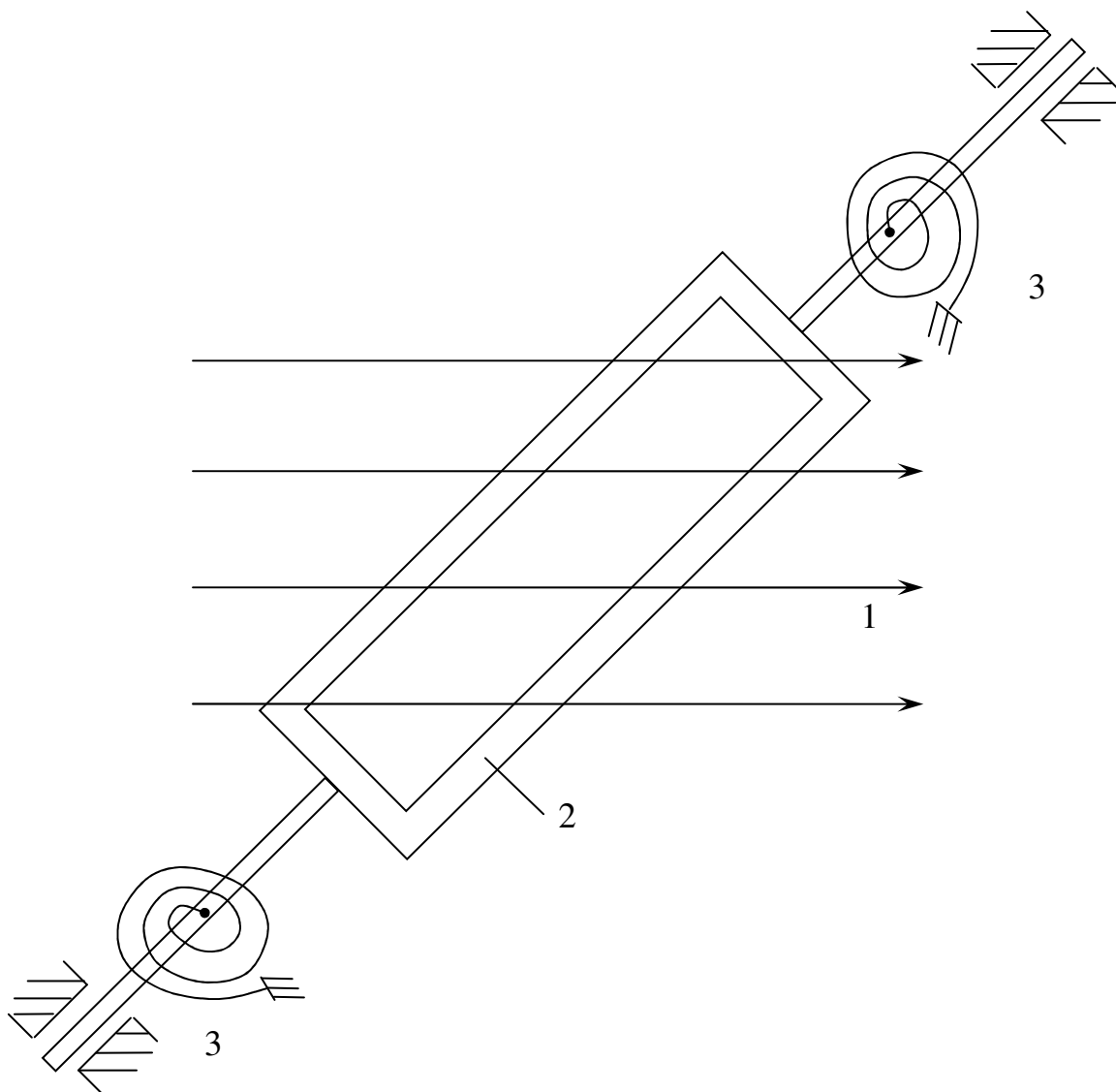


Рис. 7. Схема вольтметра (амперметра) магнитоэлектрической системы:

1 – магнитное поле; 2 – рамка с проводом; 3 – пружины

Рамка вместе с пружинами представляет собой крутильный осциллятор. Наблюдать колебания можно в тех приборах, в которых при отсутствии тока стрелка находится в середине шкалы. Если рамку вывести из положения равновесия, она будет совершать свободные затухающие колебания. Если через рамку пропустить переменный ток частоты  $\Omega$ , то на рамку будет действовать момент внешних сил



$$M(t) = M_0 \cos \Omega t.$$

В результате осциллятор будет совершать вынужденные колебания, теория которых рассмотрена выше.

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ

### Задание 1. Ознакомиться с установкой

Лабораторная установка изготовлена в двух вариантах, А и В, имеющих принципиальные различия. Вариант установки указан на ее пульте.

Лабораторная установка (рис. 8) включает в себя: крутильный осциллятор ОСЦ, в качестве которого используется прибор магнитоэлектрической системы; генератор переменного тока Г; пульт управления; секундомер.

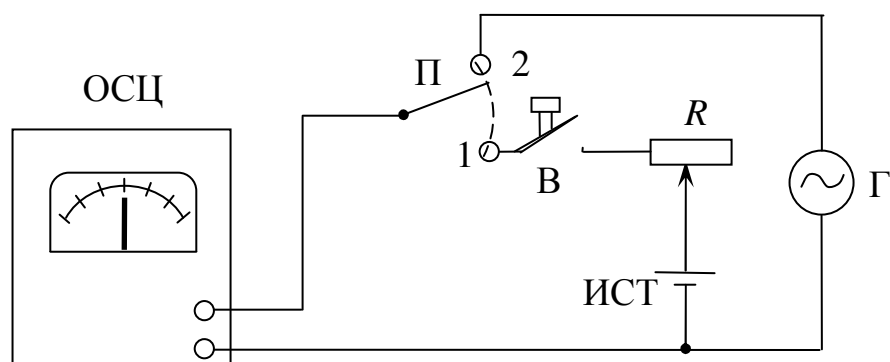


Рис. 8. Упрощенная схема установки: ОСЦ – осциллятор (прибор магнитоэлектрической системы); П – переключатель колебаний «РЕЖИМ» – свободные (1), вынужденные (2); В – кнопка «ТОК» для начального отклонения; R – регулировка «НАЧАЛЬНОЕ ОТКЛОНЕНИЕ»; ИСТ – источник постоянного тока; Г – генератор переменного тока

Можно изучать свободные или вынужденные колебания в зависимости от положения переключателя П («РЕЖИМ»): свободные (1), вынужденные (2). Для создания свободных колебаний осциллятор выводят из равновесия, пропуская через прибор постоянный ток от источника ИСТ напряжением 1,5 В (вариант А) или 4,5 В (вариант В). Для этого цепь замыкают кнопочным выключателем В (

«ТОК»). Начальное отклонение стрелки прибора регулируют переменным резистором  $R$  («НАЧАЛЬНОЕ ОТКЛОНЕНИЕ»). После выключения тока начинаются свободные быстро затухающие колебания с нулевой начальной фазой, изменяющиеся по закону (см. (10)):

$$\varphi = A_0 e^{-\beta t} \cos \omega t ,$$

где  $\varphi$  – отклонение стрелки в дел. шкалы.

Для создания вынужденных колебаний пропускают через гальванометр переменный ток низкой частоты от генератора  $G$ .

В установке варианта  $A$  используется вольтметр, а в варианте  $B$  – чувствительный прибор, называемый гальванометром.

**Внимание!** Установки содержат дополнительные резисторы для ограничения тока через осциллятор и настроены для работы с «Генератором функциональным АНР-1002 Актаком». Применение других приборов **запрещено**, так как может привести к чрезмерным, разрушительным колебаниям осциллятора.

Вариант В. Этот абзац можно пропустить при работе на другой установке. С подвижной рамкой гальванометра связана не стрелка, а маленькое зеркало, от которого отраженный луч света падает на шкалу прибора. Лампочка светового индикатора питается от сети через понижающий трансформатор, находящийся в отдельном блоке с выключателем. При повороте зеркала световой «зайчик» с четкой визирной линией перемещается по шкале, на которой нанесено по 100 делений влево и вправо от нуля в центре. На верхней крышке гальванометра имеются: два входных гнезда (к гнезду «+» подключают красный провод); гнездо заземления; переключатель чувствительности гальванометра. Рабочим является положение переключателя «1», при котором чувствительность наивысшая. **Внимание!** Подвижная система гальванометра очень чувствительна к толчкам и наклону. Гальванометр должен быть установлен на устойчивом столе. Если его расположение неудобно для измерений, прибор можно передвинуть. В дальнейшем гальванометр не перемещать. В нерабочем состоянии переключатель гальванометра должен находиться в **положении «0»**, в котором входные клеммы прибора соединены накоротко для уменьшения колебаний рамки гальванометра и сохранности

прибора (дайте этому объяснение, используя закон электромагнитной индукции и правило Ленца). Положению равновесия осциллятора соответствует нуль в центре шкалы. «Нуль» может уходить, за этим необходимо постоянно следить и подстраивать нуль ручкой G в гальванометре. Настройка нуля удобна, когда переключатель гальванометра находится в положении «0» или переключатель на пульте в положении «БЫСТРОЕ УСПОКОЕНИЕ».

*Порядок выполнения задания приведен ниже.*

1. Ознакомиться с установкой.

2. Ознакомиться с другим прибором магнитоэлектрической системы. Он расположен на установке, устройство его видно лучше, чем рабочего прибора. В установке варианта B показан также крутильный осциллятор будильника, его можно толкнуть.

**Задание 2. Измерить период и частоту свободных колебаний**

Период свободных колебаний находят следующим способом. Измеряют время  $t$ , за которое происходит  $N$  колебаний. Выполнив это измерение десять раз, подсчитывают суммарное время и суммарное число колебаний и вычисляют период по формуле

$$T = \frac{\sum t}{\sum N}.$$

Число колебаний составляет  $N = 2$  в варианте A и  $N = 3 \dots 4$  – в варианте B.

*Порядок выполнения задания приведен ниже.*

1. Подготовить табл. 1 для записи результатов измерений.

*Таблица 1*

**Результаты измерения периода и частоты свободных колебаний**

$N$	$t, \text{с}$

$$T = \dots \text{с. } \nu_{\text{своб}} = 1/T = \dots \text{Гц}$$

*Примечание.* Таблица содержит 10 строк.

2. Переключатель «РЕЖИМ» на пульте установить в положение «СВОБОДНЫЕ КОЛЕБАНИЯ».

3. Ручку «НАЧАЛЬНОЕ ОТКЛОНЕНИЕ» повернуть против часовой стрелки для уменьшения тока.

4. Нажать и удерживать кнопку «ТОК». Ручкой «НАЧАЛЬНОЕ ОТКЛОНЕНИЕ» установить максимальное отклонение стрелки прибора.

5. Отпустить кнопку и наблюдать свободные быстро затухающие колебания.

6. Выполнить описанные выше измерения и записать результаты в табл. 1.

*Примечание:* сначала выполнить несколько измерений без записи результатов.

7. Вычислить период и собственную частоту  $\nu_{\text{соб}}$  свободных колебаний. Результаты записать в табл. 1.

### **Задание 3. Измерить декремент затухания**

Для нахождения декремента затухания (см. (14)) измерить два отклонения осциллятора:  $A_0$  – начальное и  $A(nT)$  – через  $n$  периодов колебаний. Декремент вычисляют по формуле (16). Оптимальная величина  $n = 1$  для варианта  $A$  и  $n = 3$  или  $n = 4$  – для варианта  $B$ .

*Порядок выполнения задания приведен ниже.*

1. Подготовить табл. 2 для записи результатов измерений.

*Таблица 2*

### **Определение декремента затухания**

$A_0$ , дел.	$n$	$A(nT)$ , дел.	$\chi$

*Примечание.* Таблица содержит 3 строки

2. В установке варианта  $B$  настроить нуль с помощью ручки  $G$  на гальванометре.

3. Выполнить три раза измерения величин  $A_0$  и  $A(nT)$ . Результаты измерений записать в табл. 2.

4. Для каждого измерения вычислить декремент затухания  $\chi$  и записать результат в табл. 2.

5. Вычислить среднее значение величины  $\chi$  и записать результат в табл. 3.

6. Для среднего значения  $\chi$  вычислить логарифмический декремент затухания  $\lambda$  (см. (17)) и число колебаний за время релаксации  $N_e$  (см. (18)). Результаты вычислений записать в табл. 3.

Таблица 3

**Параметры, характеризующие затухание колебаний**

$\chi$	$\lambda = \ln \chi$	$N_e$

**Задание 4. Настроить установку для изучения вынужденных колебаний**

Порядок выполнения задания приведен ниже.

1. Переключатель «РЕЖИМ» установить в положение «СВОБОДНЫЕ КОЛЕБАНИЯ», в котором производится настройка генератора.

2. Установка должна быть соединена кабелем с разъемом «AUTPUT» генератора.

3. **Внимание!** Отжать все клавиши генератора. Положение клавиши легко установить, производя ее нажатия.

4. Вставить вилку генератора в сетевую розетку.

5. Утопить клавишу «POWER» генератора для включения питания. При этом должен включиться индикатор.

6. Для получения гармонического напряжения утопить клавишу «~» (левая в группе из трех клавиш)

7. Частота  $\nu$ , Гц (не круговая) отображается на индикаторе. Генератор имеет четыре диапазона частот: миллигерцы ( $mHz$ ), герцы ( $Hz$ ), килоггерцы ( $kHz$ ) и мегагерцы ( $MHz$ ).

Диапазон изменяют клавишами «RANGE»: нажатие клавиши « $\uparrow$ » повышает частоту, а клавиши « $\downarrow$ » – понижает. Плавно частоту изменяют ручкой «FREQUENCY». Поупражняйтесь с переключением диапазона и плавным изменением частоты.

8. В диапазоне « $mHz$ » ручкой «FREQUENCY» установить частоту в интервале 150...200 мГц.

9. Ручку «AMPLITUDE» генератора, которой изменяют выходное напряжение, повернуть против часовой стрелки до упора для получения минимального напряжения.

10. Переключатель «РЕЖИМ» установить в положение «ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ».

11. Медленно увеличивая выходное напряжение, установить необходимую амплитуду колебаний стрелки прибора на частоте 150...200 мГц. Амплитуда приведена на верхней планке крепления прибора (вариант А) или на пульте (вариант В)..

**Внимание!** Указанную амплитуду превышать **запрещено**, в противном случае прибор можно испортить при резонансе. Установленное выходное напряжение генератора далее **не изменять**.

**Задание 5. Сравнить частоту вынужденных колебаний с частотой вынуждающей силы**

Проверить теоретический вывод: частота вынужденных колебаний  $\nu_{\text{вын}}$  совпадает с частотой вынуждающей силы, т.е. с частотой генератора  $\nu$ .

Частоту вынужденных колебаний  $\nu_{\text{вын}}$  находят из следующих измерений: считают число колебаний  $N$  (не менее 7) за время  $t$ , с, и находят частоту  $\nu_{\text{вын}}$ , Гц, по формуле  $\nu_{\text{вын}} = N / t$ .

*Порядок выполнения задания приведен ниже.*

1. Подготовить табл. 4 для записи результатов измерений.
2. Выполнить измерения  $\nu_{\text{вын}}$  и  $\nu$  на трех различных частотах в интервале 150...500 мГц. Результаты измерений записать в табл. 4.
3. По результатам измерений вычислить отношение частот  $\nu_{\text{вын}} / \nu$  и сделать выводы.

*Таблица 4*

**Сравнение частоты вынужденных колебания  $\nu_{\text{вын}}$  с частотой вынуждающей силы  $\nu$**

$\nu$ , Гц	$N$	$t$ , с	$\nu_{\text{вын}} = N / t$ , Гц	$\nu_{\text{вын}} / \nu$

*Примечание.* Таблица должна содержать 3 строки

### **Задание 6. Изучить зависимость амплитуды вынужденных колебаний от частоты**

Напомним, что графическая зависимость амплитуды вынужденных колебаний от частоты называется *резонансной кривой*. При изменении частоты генератора амплитуда напряжения автоматически поддерживается постоянной, поэтому остается постоянной и амплитуда  $M_0$  момента вынуждающей силы, что и требуется при снятии резонансной кривой. Резонансную кривую строят, выполнив 20...30 измерений в интервале частот 50 мГц ...5 Гц (в варианте А) и 50 мГц ...1,7 Гц (в варианте В).

**Внимание!** Если размах колебаний стрелки прибора подойдет к предельному значению шкалы, прибор можно разрушить. В этом случае необходимо уменьшить выходное напряжение генератора и повторить измерение резонансной кривой на всех частотах.

*Порядок выполнения задания приведен ниже.*

1. Подготовить табл. 5.

*Таблица 5*

#### **Результаты измерения резонансной кривой**

$\nu$	A, дел.	$\nu$	A, дел.	$\nu$	A, дел.

*Примечание.* Таблица должна содержать 10 строк для записи 20...30 измерений.

2. Установить диапазон «mHz».

3. Ручкой «FREQUENCY» установить частоту примерно 50 мГц. Измерить амплитуду колебаний A в делениях шкалы. Результат измерения частоты и амплитуды записать в табл. 5.

4. Для продолжения измерений резонансной кривой ознакомиться с данным пунктом до конца.

Частоту увеличивать ручкой «*FREQUENCY*» до максимальной в этом диапазоне частоты примерно 500 мГц. Затем нажать один раз клавишу « $\uparrow$ », перейти в диапазон «*Hz*» и изменять частоту ручкой «*FREQUENCY*». В этом случае частота будет отображаться на индикаторе с двумя-тремя значащими цифрами (меньше – недостаточно).

Поскольку осцилляторы в двух вариантах установки различаются резонансной частотой и добротностью, дальнейшие указания приводятся для них отдельно.

*Вариант А.* Выполнив первое измерение на частоте 50 мГц, продолжать снятие резонансной кривой с шагом примерно 200 мГц до частоты, при которой амплитуда увеличится в два раза. Затем наступает область резонансного пика, которую необходимо измерить с шагом 0,1 Гц. Совсем вблизи резонанса точной настройкой частоты определить максимальную амплитуду и соответствующую ей резонансную частоту.

После прохождения резонанса, когда амплитуда уменьшится в два раза по сравнению с максимальной, шаг увеличить до 0,5 Гц и продолжить измерения до максимальной частоты 5 Гц.

*Вариант В.* В интервале частот 50...500 мГц шаг измерений составляет примерно 100 мГц. В области резонансного пика (0,6...1 Гц) шаг уменьшить вдвое. Совсем близко к резонансу точной настройкой частоты определить максимальную амплитуду и соответствующую ей резонансную частоту. После прохождения резонанса, в интервале частот 1...1,7 Гц, шаг составляет 0,1...0,2 Гц.

*Примечание.* В установке варианта *В* отклонение риски индикатора гальванометра должно быть одинаковым в обе стороны от нуля; в противном случае установить нуль гальванометра ручкой *G* на гальванометре.

### **Задание 7. Изучить зависимость амплитуды вынужденных колебаний от амплитуды раскачивающей силы**

Согласно теоретической формуле (20), амплитуда  $A$  вынужденных колебаний пропорциональна амплитуде  $M_0$  момента вынуждающей силы, а, следова-



тельно, амплитуде тока генератора. Этот вывод легко проверить. Амплитуду тока можно уменьшить точно в 10 раз, нажав клавишу «– 20 dB», расположенную рядом с ручкой «AMPLITUDE». *Примечание: dB читают – децибелы.*

*Порядок выполнения задания приведен ниже.*

1. Подготовить табл. 6.

*Таблица 6*

**Зависимость амплитуды вынужденных колебаний от величины раскачивающей силы**

$A_1$	$A_{0,1}$	$A_1 / A_{0,1}$

2. Установить частоту, близкую к резонансной. Измерить амплитуду колебаний  $A_1$  и записать результат в табл. 6.

3. Нажать на указанную выше клавишу и измерить амплитуду  $A_{0,1}$ . Результат записать в табл. 6.

4. Вычислить отношение амплитуд колебаний и сделать выводы.

**Задание 8. Изучить переходный процесс**

При изменении амплитуды или частоты раскачивающей силы наблюдается переходный процесс до тех пор, пока не возникнут новые установившиеся вынужденные колебания. Если, например, осциллятор покоился, а на него действовали внешней гармонической силой, происходит постепенное увеличение амплитуды вынужденных колебаний, пока не наступят установившиеся колебания (см. рис. 5).

Выполнить наблюдения переходных процессов при изменении амплитуды или частоты раскачивающей силы.

Подсчитать число колебаний  $N_{\text{пер}}$  за все время переходного процесса и сравнить его с числом свободных затухающих колебаний, за которое принимаем величину  $2 N_e$ . Этот опыт носит полуколичественный характер.

*Порядок выполнения задания приведен ниже.*

1. Подготовить табл. 7 для записи результатов измерений.

Таблица 7

**Переходные процессы**

$$2 N_e = \dots$$

Переходный процесс	$N_{\text{пер}}$
Уменьшение амплитуды	
Увеличение амплитуды	
Уменьшение частоты	
Увеличение частоты	

2. Отжать клавишу «– 20 dB». Установить вынужденные колебания вблизи резонанса.

3. В процессе колебаний нажать клавишу «– 20 dB», наблюдать переход к колебаниям меньшей амплитуды. Подсчитать количество переходных колебаний  $N_{\text{пер}}$  и записать результат в табл. 7.

4. Отпустить клавишу «– 20 dB» и повторить измерения п. 3.

5. Прodelать опыт с изменением частоты при неизменной амплитуде тока генератора. В процессе резонансных колебаний нажать клавишу «↓» на генераторе, при этом частота уменьшится в 10 раз. Наблюдать переходные колебания и подсчитать число  $N_{\text{пер}}$ . Затем увеличить частоту в 10 раз, нажав на клавишу «↑».

6. Сделать выводы, записать их в отчете.

7. По окончании измерений **выключить** установку. Генератор выключить клавишей «POWER», а затем сетевой вилкой. Переключатель гальванометра (вариант В) установить в положение «0». Выключить питание лампы движком на блоке трансформатора, а затем сетевой вилкой.

В варианте А переключатель «РЕЖИМ» установить в положение свободных колебаний.

В варианте В выключить тумблер «ПИТАНИЕ», а переключатель «РЕЖИМ» установить в положение «БЫСТРОЕ УСПОКОЕНИЕ».

**Задание 9. Обработать результаты измерений**

1. Рекомендации по обработке результатов измерений во всех заданиях, кроме шестого, приводились выше. Ниже указан порядок построения и анализа резонансной кривой, а также форма представления полученных данных.

2. По результатам измерений в задании 6 построить на миллиметровой бумаге формата А4 графическую зависимость амплитуды вынужденных колебаний  $A$ , дел. от частоты генератора  $\nu$ , Гц. Такой график называют резонансной кривой (см. рис. 6). Нанести на график отчетливые экспериментальные точки и провести через них плавную кривую.

3. Определить по графику резонансную частоту  $\nu_p$  и записать результат в табл. 8.

Таблица 8

### Характеристики резонанса

$\nu_p$	$\nu_{\text{соб}}/\nu_p$	$\Delta\nu$	$A_p$	$A_{\text{ст}}$	$Q = \pi/\lambda$	$Q = A_p/A_{\text{ст}}$	$Q = \nu_p/\Delta\nu$	$\langle Q \rangle$

4. Вычислить отношение собственной частоты  $\nu_{\text{соб}}$  свободных колебаний (см. задание 2) к резонансной частоте. Записать результат в табл. 8. Сделать выводы.

5. Определить по графику статическое отклонение  $A_{\text{ст}}$  и амплитуду при резонансе  $A_p$  (см. рис. 6). Записать результаты в табл. 8.

5. Определить по графику ширину резонансной кривой  $\Delta\nu$ , Гц. Ее измеряют в том месте кривой, где амплитуда в  $\sqrt{2}$  раз меньше резонансной амплитуды  $A_p$  (см. рис. 6, а). Записать результат в табл. 8.

6. Напомним, что добротность  $Q$  колебательной системы можно определить как из свободных затухающих колебаний по формуле (см. (24))

$$Q = \pi/\lambda,$$

так и из резонансной кривой по формулам (см. (26), (27))

$$Q = A_p/A_{\text{ст}}; \quad Q = \frac{\Omega_p}{\Delta\Omega} = \frac{\nu_p}{\Delta\nu}.$$

Вычислить добротность по трем формулам и привести результаты в табл. 8.

7. Вычислить среднее значение добротности  $\langle Q \rangle$  и привести результат в табл. 8.
8. Сделать выводы по результатам работы.

### КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

1. Как изменится период колебаний крутильного осциллятора при увеличении момента инерции в четыре раза?
2. Найти уменьшение амплитуды свободных колебаний за время, равное двум временам релаксации.
3. Во сколько раз изменится число колебаний  $N_e$  за время релаксации, если коэффициент сопротивления уменьшить в три раза?
4. С какой частотой происходят вынужденные колебания, если резонансная частота 5 Гц, а частота вынуждающей силы 6 Гц?
5. Во сколько раз амплитуда при резонансе  $A_p$  больше статического отклонения  $A_{ст}$  для осциллятора с добротностью  $Q = 20$ ?
6. Найти ширину резонансной кривой для струны с резонансной частотой 1 кГц и добротностью  $10^3$ .
7. Вывести формулу (29).
8. Объяснить устройство и принцип действия прибора магнитоэлектрической системы.

### ЛИТЕРАТУРА

1. *Савельев И.В.* Курс общей физики. Т. I. М.: Наука, 1986.
2. *Матвеев А.Н.* Механика и теория относительности: Учеб. пособие для физ. спец. вузов. – 2-е изд. – М.: Высш. шк. 1986.
3. *Киттель Ч., Найт У., Рудерман М.* Механика. М.: Наука, 1971.
4. *Веретимус Д.К., Веретимус Н.К., Креопалов Д.В.* Механические колебания. Методические указания к решению задач по курсу общей физики. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2008.