

МГТУ им.Н.Э. Баумана

И.Н. Алиев, А.М. Кириллов

**Определение отношения
теплоемкостей воздуха при
постоянном объеме и давлении**

**Методические указания к лабораторной работе Т-3АН
по курсу общей физики**

Теория метода

Удельной теплоемкостью вещества называется величина, равная количеству теплоты, которую необходимо сообщить единице массы вещества для увеличения ее температуры на один градус:

$$c = \delta Q / (m dT) \quad (1)$$

Теплоемкость одного моля вещества называется *молярной теплоемкостью*:

$$C = \delta Q / (m/\mu)dT, \quad (2)$$

где m — масса, μ - молярная масса вещества.

Значение теплоемкости газов зависит от условий их нагревания. Согласно первому закону термодинамики количество теплоты δQ , сообщенное системе, расходуется на увеличение внутренней энергии dU и на выполнение системой работы δA против внешних сил:

$$\delta Q = dU + \delta A \quad (3)$$

Заметим, что внутренняя энергия является *функцией состояния*, и поэтому dU обозначает *малое изменение энергии*, тогда как тепло и работа связаны с *процессами перехода* из одного состояния в другое, и поэтому символами δQ и δA описываются *небольшие количества работы и переданного тепла*.

При расширении газа система выполняет работу:

$$\delta A = p dV \quad (4)$$

Тогда уравнение (3) записывается в виде:

$$\delta Q = dU + p dV \quad (5)$$

Молярная и удельная теплоемкости, описывающие газ, бывают двух видов: теплоемкость при постоянном давлении и теплоемкость при постоянном объеме.

Если нагревать газ при постоянном объеме, то $C_v(m/\mu) dT = dU$, так как $dV = 0$. Следовательно, уравнение (5) сводится к выражению

$$\delta Q = C_v(m/\mu) dT + p dV$$

Рассмотрим теперь *изобарический процесс*:

$$C_p(m/\mu) dT = C_v(m/\mu) dT + p dV \quad (6)$$

Из уравнения Клапейрона – Менделеева, с учетом того, что $p = \text{const}$, получаем

$$p dV = (m/\mu) R dT$$

и после подстановки в (6) приходим к так называемому соотношению Майера:

$$C_p = C_v + R \quad (7)$$

Можно показать (см., например [1]), что

$$C_v = i R / 2 \text{ и } C_p = (i + 2) R / 2, \quad (8)$$

где i – число степеней свободы молекулы, под которым подразумевается число независимых координат, определяющих положение молекулы в пространстве:

$i = 3$ – для одноатомной молекулы;

$i = 5$ – для двухатомной с жесткой связью;

$i = 7$ – для двухатомной с упругой связью;

$i = 6$ – для трех- и многоатомной с жесткими связями.

Адиабатным называется процесс, протекающий без теплообмена с окружающей средой: $\delta Q = 0$. На практике он может быть осуществлен в системе, окруженной теплоизоляционной оболочкой, но поскольку для теплообмена необходимо некоторое время, то адиабатным можно считать также процесс, который протекает так быстро, что не успевает вступить в теплообмен с окружающей средой. Первый закон термодинамики для адиабатного процесса имеет вид:

$$C_v (m/\mu) dT = p dV, \quad (9)$$

так как $dQ = 0$.

Продифференцируем обе части уравнения Клапейрона–Менделеева по температуре:

$$p dV/dT + V dp/dT = R(m/\mu). \quad (10)$$

Выразим из (10) dT и исключим его с учетом (9) и (7). Тогда

$$p C_p dV + C_v V dp = 0.$$

Вводя показатель адиабаты $\gamma = C_p/C_v$, получаем дифференциальное уравнение $\gamma (dV/V) + dp/p = 0$, решение которого

$$p V^\gamma = \text{const} \quad (11)$$

называется *уравнением адиабаты* (уравнением Пуассона).

Метод определения показателя адиабаты, предложенный Клеманом и Дезормом (1819), основывается на изучении параметров некоторой массы газа, переходящей из одного состояния в другое двумя последовательными процессами – адиабатным и изохорным. Эти процессы на диаграмме p – V (рис. 1) изображены соответственно кривыми 1–2 и 2–3. Если в баллон, соединенный с открытым водяным манометром, накачать воздух и подождать установления теплового равновесия с окружающей средой, то в этом начальном состоянии 1 газ имеет параметры p_1, V_1, T_1 , причем температура газа в баллоне равна температуре окружающей среды $T_1 = T_0$, а давление $p_1 = p_0 + p$ немного больше атмосферного.

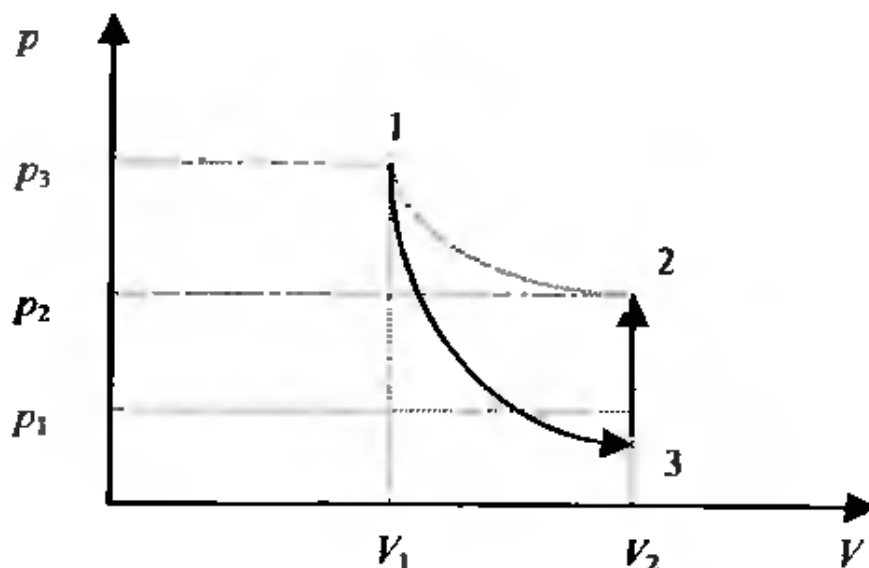


Рис.1 Процессы изменения состояния газа во время проведения опыта

Если теперь на короткое время соединить баллон с атмосферой, то произойдет адиабатное расширение воздуха. При этом воздух в баллоне перейдет в состояние 2, его давление понизится до атмосферного: $p_2 = p_0$. Масса воздуха, оставшаяся в баллоне, которая в состоянии 1 занимала часть объема баллона, расширяясь, займет весь объем V_2 . При этом температура воздуха, оставшаяся в баллоне, понизится до T_2 . Поскольку процесс 1-2 - адиабатный, к нему можно применить уравнение Пуассона (11):

$$p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma, \text{ или } T_1^\gamma p_1^{1-\gamma} = T_2^\gamma p_2^{1-\gamma}.$$

Отсюда получаем

$$\left(\frac{p_0 + p^I}{p_0} \right)^{\gamma-1} = \left(\frac{T_0}{T_2} \right)^\gamma. \quad (12)$$

После кратковременного соединения баллона с атмосферой охлажденный из-за адиабатного расширения воздух в баллоне будет нагреваться (процесс 2-3) до температуры окружающей среды $T_3 = T_0$ при постоянном объеме $V_3 = V_2$. При этом давление в баллоне поднимется до $p_3 = p_2 + p$. Поскольку процесс 2-3 изохорный, к нему можно применить закон Шарля:

$$p_2 / T_2 = p_3 / T_3,$$

отсюда

$$(p_0 + p^{II}) / p_0 = T_0 / T_2. \quad (13)$$

Из уравнений (12) и (13) получим:

$$\left(\frac{p_0 + p^I}{p_0} \right)^{\gamma-1} = \left(\frac{p_0 + p^{II}}{p_0} \right)^\gamma.$$

Прологарифмируем

$$(\gamma - 1) \ln \left(1 + \frac{p^I}{p_0} \right) = \gamma \ln \left(1 + \frac{p^{II}}{p_0} \right).$$

Поскольку избыточные давления p^I и p^{II} очень малы по сравнению с атмосферным давлением p_0 , то, учитывая, что при $X \ll 1$ $\ln(1+X) \approx X$, будем иметь:

$$\begin{aligned} (\gamma - 1)p^I &= p^{II}, \\ \gamma &= \frac{p^I}{p^I - p^{II}}. \end{aligned} \quad (14)$$

Избыточные давления p^I и p^{II} измеряют с помощью U-образного манометра по разности уровней жидкости с плотностью ρ :

$$p^I = \rho g H; p^{II} = \rho g h \quad (15)$$

Из (14) и (15) получаем расчетную формулу для определения показателя адиабаты:

$$\gamma = H / (H - h). \quad (16)$$

Экспериментальная установка

Для определения отношения теплоемкостей воздуха $\gamma = C_p/C_v$ предназначена экспериментальная установка ФПТ 1-6, общий вид которой показан на рис. 2.

Установка состоит из стеклянной колбы, соединенной с открытым водяным манометром 2. Воздух нагнетается в колбу микрокомпрессором, размещенным в блоке рабочего элемента 3. Микрокомпрессор включается тумблером «Воздух», установленным на передней панели блока приборов 4. Пневмотумблер «Атмосфера» 5, расположенный на панели блока рабочего элемента, в положении «Открыто» позволяет соединять колбу с атмосферой.

Порядок выполнения работы.

1. Включить установку тумблером «Сеть».

2. Установить пневмотумблер «Атмосфера» в положение «Закрыто».

Для подачи воздуха в колбу включить тумблер «Воздух».

3. С помощью манометра контролировать давление в колбе. Когда разность уровней воды в манометре достигнет 150–250 мм вод. ст., отключить подачу воздуха.

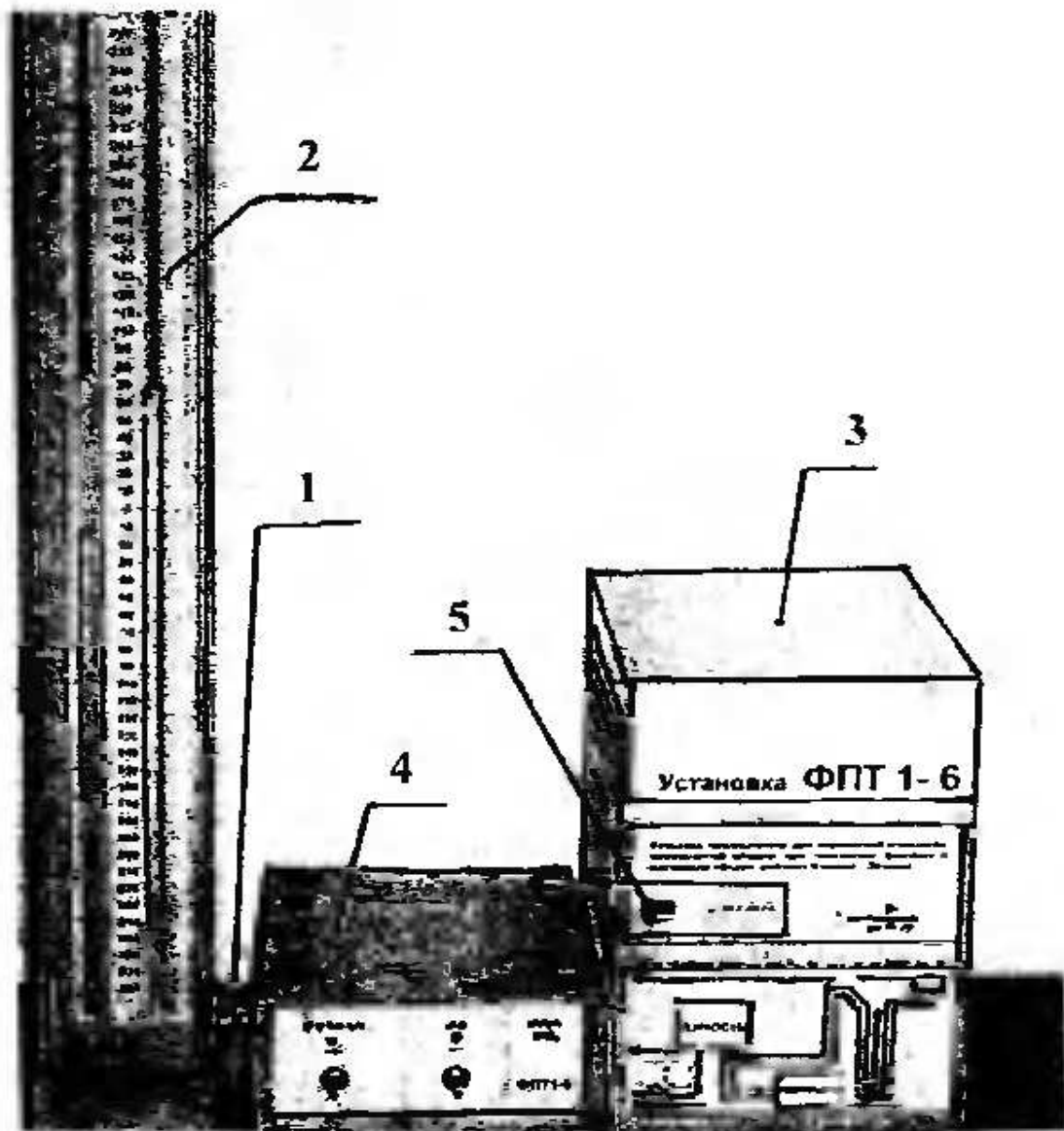


Рис 2. Общий вид экспериментальной установки ФПТ1-6:

1 – стойка; 2 – блок манометра; 3 – блок рабочего элемента; 4 – блок приборов; 5 – пневмотумблер «Атмосфера»

4. Подождать 2–3 мин., пока температура воздуха в колбе сравняется с температурой окружающего воздуха T_0 . В колбе при этом установится постоянное давление $p_1 = p_0 + \rho gH$. Определить разность уровней H , установившуюся в коленах манометра, и полученное значение занести в табл. 1.

Таблица 1

Номер измерения	H , мм вод. ст.	h , мм вод. ст.	γ
-----------------	-------------------	-------------------	----------

5. На короткое время соединить колбу с атмосферой, установив пневмотумблер «Атмосфера» в положение «Открыто».

6. Через 2–3 мин., когда в колбе установится постоянное давление $p_2 = p_0 + \rho gH$, определить разность уровней h , установившуюся в коленах манометра, и полученное значение занести в табл. 1.

7. Повторить измерения по п. 2–6 не менее 10 раз при различных значениях величины H .
8. Выключить установку тумблером «Сеть».

Обработка результатов измерений

1. Для каждого измерения определить по формуле (16) отношение теплоемкостей γ .

Найти среднее значение $\langle \gamma \rangle$.

2. Оценку относительной ошибки измерения можно получить, применив общую формулу ошибки при косвенных измерениях:

$$\frac{\Delta\gamma}{\gamma} = \frac{\Delta h}{H} \left(\frac{H+h}{H-h} \right).$$

В качестве приборной ошибки манометра Δh обычно берут 0,5 от цены деления шкалы.

Контрольные задания

1. Что такое изопроцессы и каким законам они подчиняются? Нарисуйте графики этих процессов.
2. Сформулируйте первый закон термодинамики. Запишите этот закон для изобарного, изохорного, изотермического и адиабатного процессов.
3. Дайте определение удельной и молярной теплоемкости. В каких единицах СИ они измеряются?
4. В чем особенности теплоемкости газа? Выведите формулу для молярных теплоемкостей идеального газа.
5. Дайте определение числа степеней свободы молекулы. Чему равна величина i для 1-, 2-, 3- и многоатомного идеальных газов?
6. Какой процесс называется адиабатным? Выведите уравнение Пуассона.
7. Рассчитайте теоретическое значение показателя адиабаты для 1-, 2-, 3-атомного идеального газа.
8. В чем заключается метод Клемана и Дезорма для определения отношения C_p/C_v ?
9. Опишите рабочий цикл экспериментальной установки по $p - V$ диаграмме.
10. Выведите расчетную формулу для определения γ .
11. Как и почему изменяется температура газа в колбе при проведении опыта?

Рекомендуемая литература

1. Савельев И.В. Курс общей физики. Т. 1 (любое издание).
2. Сивухин Д.В. Общий курс физики. 1979. Т. 2 (с. 78).