

Голяк И.С., Новгородская А.В., Романов А.С.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ПОВЕРХНОСТНОГО НАТЯЖЕНИЯ  
ЖИДКОСТИ И ЕГО ЗАВИСИМОСТИ ОТ ТЕМПЕРАТУРЫ МЕТОДОМ  
ОТРЫВА КОЛЬЦА

Методические указания к лабораторной работе  
МКТ-2 по курсу «Общей физики»

Под редакцией Романова А.С.

Москва 2014 г.

Голяк Игорь Семенович  
Новгородская Алла Викторовна  
Романов Александр Сергеевич

Под редакцией

Романова Александра Сергеевича, д.ф-м.н, проф. кафедры «Физика» МГТУ  
им. Н.Э. Баумана

В работе кратко рассмотрены физические основы явления поверхностного натяжения жидкости и методика экспериментального определения коэффициента поверхностного натяжения жидкости методом отрыва кольца.

Для определения коэффициента поверхностного натяжения используется экспериментальная установка – торсионный динамометр с подвешенным кольцом. В ходе эксперимента по измерению силы, действующей на кольцо в момент отрыва плёнки жидкости, определяется коэффициент поверхностного натяжения исследуемой жидкости. Измерения проводятся для различных температур жидкости, в результате чего исследуется зависимость коэффициента поверхностного натяжения жидкости от её температуры. Для полученных экспериментальных значений по методу наименьших квадратов строится линия регрессии.

Для студентов первого курса обучения в МГТУ им. Н.Э. Баумана всех специальностей.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Теоретическая часть.....	4
Экспериментальная установка.....	9
Порядок выполнения эксперимента.....	10
Анализ и обработка результатов измерений.....	14
Контрольные вопросы.....	17
Список рекомендуемой литературы.....	18
Приложение.....	19

Цель работы – изучение поверхностных явлений в жидкости, экспериментальное определение коэффициента поверхностного натяжения жидкости и его температурной зависимости.

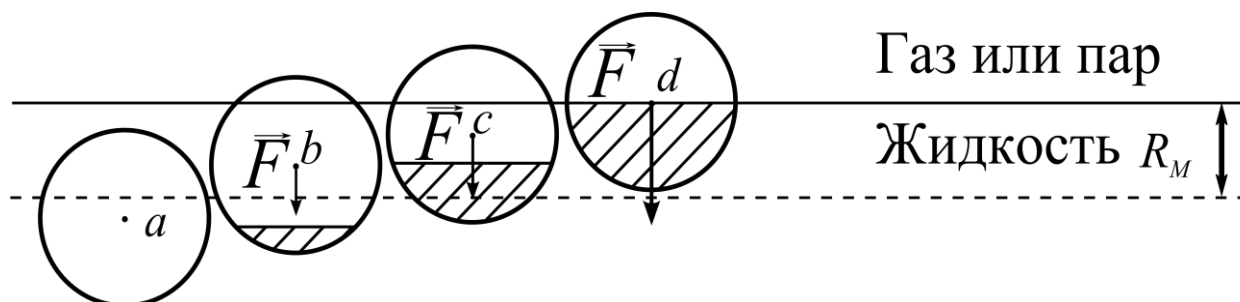
## ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Молекулы жидкости располагаются настолько близко друг к другу, что между ними возникают значительные силы притяжения. Поскольку взаимодействие быстро уменьшается с увеличением расстояния между молекулами, то, начиная с некоторого расстояния, силы притяжения становятся пренебрежимо малы. Это расстояние  $R_M$  называется радиусом молекулярного действия, а сфера радиусом  $R_M$  сферой молекулярного действия. Радиус молекулярного действия имеет значение порядка нескольких эффективных диаметров молекулы, то есть имеет порядок  $10^{-8} \text{ м}$ .

Каждая молекула испытывает притяжение со стороны всех соседних с ней, находящихся в пределах сферы молекулярного действия. Равнодействующая всех этих сил для каждой молекулы (например, молекулы **a** на рис. 1), находящейся от поверхности жидкости на расстоянии, превышающем  $R_M$ , в среднем равна нулю.

Иначе обстоит дело, если молекула находится на меньшем расстоянии от свободной поверхности, чем радиус молекулярного действия  $R_M$ . Так как плотность пара или газа, с которым граничит жидкость, во много раз меньше её плотности, выступающая за пределы жидкости часть сферы молекулярного действия будет менее заполнена молекулами, чем остальная часть. В результате на каждую молекулу, находящуюся в поверхностном слое толщиной  $R_M$ , будет действовать сила  $\vec{F}$ , направленная внутрь жидкости. Эта сила тем больше, чем ближе молекула находится к границе слоя, так как в этом случае возрастает разность сил притяжения молекулы жидкости (**b**, **c** или **d** на рис. 1) к молекулам жидкости, находящимся в заштрихованной области (см. рис. 1)

сферы молекулярного действия, к молекулам газа или пара в такой же по объему области над поверхностью жидкости.



**Рис.1** Поверхностное натяжение

Переход молекулы из глубины жидкости в поверхностный слой связан с необходимостью совершения работы против действующих в поверхностном слое сил. Эта работа совершается молекулой за счет запаса её кинетической энергии и идет на увеличение потенциальной энергии молекулы. Таким образом, молекулы в поверхностном слое обладают дополнительной потенциальной энергией, а поверхностный слой в целом обладает дополнительной потенциальной энергией, которая является составной частью внутренней энергии жидкости и называется свободной.

Ясно, что свободная энергия жидкости  $E_s$  пропорциональна площади  $S$  свободной поверхности, то есть

$$E_s = \sigma S, \quad (1)$$

где  $\sigma$  – коэффициент поверхностного натяжения жидкости.

Из-за наличия свободной энергии жидкость обнаруживает стремление к сокращению площади своей поверхности. Жидкость ведёт себя так, как если бы она была заключена в упругую растянутую плёнку, стремящуюся сжаться. Поэтому, предоставленная самой себе жидкость будет принимать форму с минимальной площадью поверхности, то есть форму шара.

Рассмотрим находящийся в равновесии сферический газовый пузырь радиусом  $R$ . Из-за наличия у поверхностного слоя свободной энергии  $E_s$  на

границе раздела жидкой и газообразной фаз возникает скачок давления  $\Delta P$ , который зависит от коэффициента поверхностного натяжения  $\sigma$  и радиуса пузыря  $R$ .

Будем считать жидкость несжимаемой, когда плотность всех частиц жидкости постоянна и одинакова, а газ – идеальным газом. При выполнении этих условий внутренняя энергия контактируемых фаз является функцией только температуры:  $E_1 = E_1(T)$ ,  $E_2 = E_2(T)$ . Индексы «1» и «2» означают газ и жидкость соответственно. Пусть по каким-либо причинам радиус газового пузыря увеличился на бесконечно малую величину  $dR$ . Процесс считаем изотермическим ( $T = const$ ) и равновесным. Соответствующая элементарная работа  $dA$  расширяющегося газа равна

$$dA = \Delta P dV,$$

где  $dV$  – элементарное изменение объема газового пузыря при соответствующем изменении его радиуса.

По закону сохранения энергии эта работа идет на изменение внутренней энергии системы:

$$dA = dE_s + dE_1 + dE_2.$$

Отсюда, учитывая, что  $dE_2 = dE_1 = 0$  при  $T = const$ , а  $dE_s = \sigma dS$ ,  $dV = SdR = 4\pi R^2 dR$ ,  $dS = 8\pi R dR$ , получим соотношение

$$\Delta P 4\pi R^2 dR = \sigma 8\pi R dR.$$

Окончательно получаем формулу Лапласа для перепада давления на поверхностном слое пузыря:

$$\Delta P = \frac{2\sigma}{R} \quad (2)$$

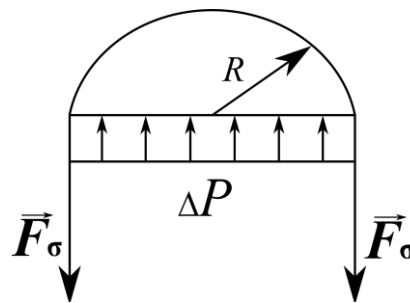
Формула (2) оказывается справедливой и в общем случае контакта жидкости и газа, только тогда  $R$  – радиус кривизны данного участка свобод-

ной поверхности (гауссова кривизна), а  $\Delta P$  – скачок давления при переходе через тот же участок поверхности раздела фаз.

Перепад давления между газовой и жидкой фазой осуществляется в очень тонкой жидкой плёнке, толщина которой равна радиусу молекулярного действия  $R_M \approx 10^{-8} \text{ м}$ . То есть эта тонкая поверхностная плёнка проявляет упругие свойства, наподобие стенок надутого резинового шарика. Упругая сила  $F_\sigma$ , возникающая в поверхностном слое, называется силой поверхностного натяжения, и она может быть определена из условия равновесия.

Предварительно отметим, что если давление в газовом пузыре и жидкости равны, то сила поверхностного натяжения равна нулю, то есть сила поверхностного натяжения влияет исключительно на избыточное давление в газовом пузыре  $\Delta P$  (2). На рис. 2 изображена половина газового пузыря, условно разрезанная вдоль большого круга. Равновесие достигается, если сила поверхностного натяжения

$$F_\sigma = \Delta P \pi R^2.$$



**Рис.2** Равновесие газового пузыря

Тогда, учитывая формулу (2), получим

$$F_\sigma = \sigma 2\pi R, \text{ или } \sigma = \frac{F_\sigma}{2\pi R}.$$

То есть сила поверхностного натяжения, приходящаяся на единицу длины сечения поверхностной плёнки численно равна коэффициенту поверхностного натяжения.

Установленная связь между силой поверхностного натяжения и коэффициентом поверхностного натяжения была получена на частном примере газового пузыря, но носит всеобщий характер и не зависит от конкретной формы свободной поверхности жидкости. Например, если свободная поверхность плоская, то перепад давления на ней равен нулю в силу того, что кривизна поверхности равна нулю. Несмотря на это, поверхностная плёнка существует и сила натяжения в ней равна

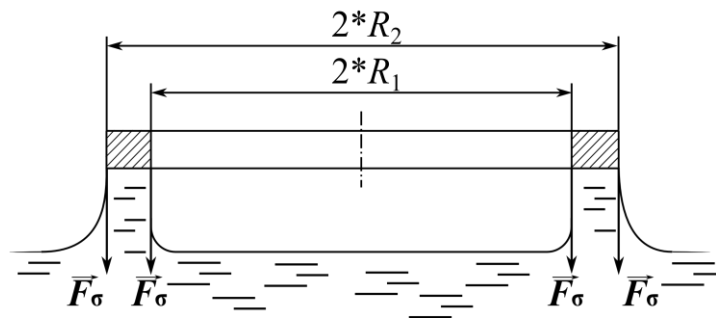
$$F_{\sigma} = \sigma L, \quad (3)$$

где  $L$  – длина сечения поверхностной пленки.

На этом факте основывается способ определения поверхностного натяжения жидкости, применяемый в данной работе. В процессе эксперимента от поверхности жидкости медленно отрывается кольцо, которое в начале эксперимента погружается в жидкость полностью. Форма поверхности жидкости при отрыве кольца изображена в сечении на рис. 3. Если в момент отрыва измерить силу взаимодействия жидкости и кольца (она в этот момент максимальна), и исключить вес кольца, то коэффициент поверхностного натяжения определится по формуле

$$\sigma = \frac{F_{\sigma}}{2\pi(R_1 + R_2)} \quad (4)$$

(обозначения смотри на рис. 3).

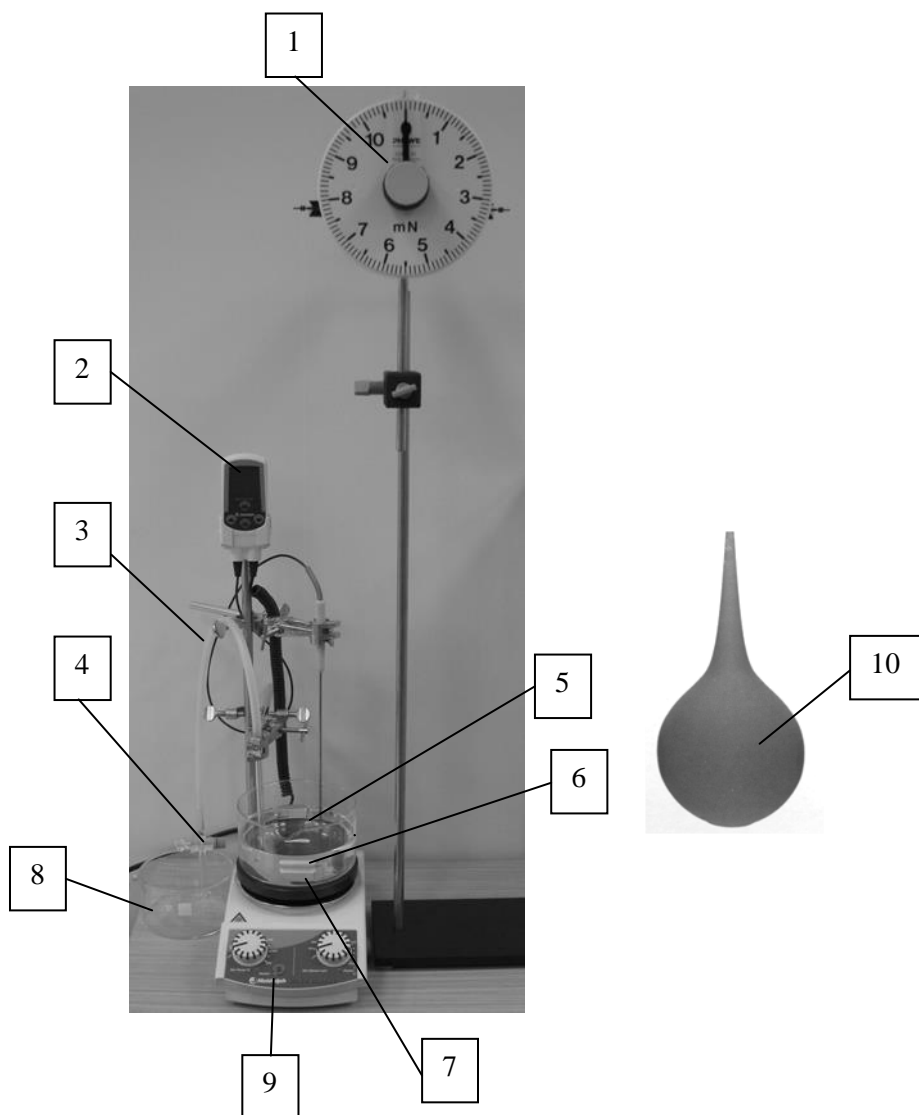


**Рис. 3** Отрыв кольца



## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ УСТАНОВКА

Для определения коэффициента поверхностного натяжения жидкости используется экспериментальная установка, представленная на рисунке 4.



**Рис. 4** Внешний вид лабораторной установки

В состав экспериментальной установки входят (рис. 4):

1. торсионный динамометр (1);
2. цифровой термометр (2);
3. силиконовый шланг со стеклянными на концах вентилем и трубкой (3);
4. стопорящий вентиль (4)

5. кольцо для измерения поверхностного натяжения (5);
6. магнит (6);
7. стеклянная колба для дистиллированной воды на 1000 мл (7);
8. стеклянная колба для дистиллированной воды на 560 мл (8);
9. магнитная мешалка (9);
10. спринцовка (10).

Размеры кольца (5) известны:  $2R_1 = 19,1$  мм,  $2R_2 = 20,0$  мм (см. рис.3).

Экспериментальная установка (рис. 4) состоит из торсионного динамометра, к левому рычагу которого посредством шёлковой нити прикреплено кольцо (5), магнитной мешалки (9) необходимой для равномерного нагревания исследуемой жидкости, цифрового термометра (2), который позволяет точно устанавливать требуемую температуру, и силиконового шланга (3) для переливания жидкости из колбы (7) в колбу (8).

## ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТА

Перед началом эксперимента протрите внутреннюю поверхность колбы (7) и кольцо (5) спиртом, чтобы устранить с их поверхности возможные загрязнения, в частности жировые. Данная операция необходима, так как даже самое малое количество загрязнения способно существенно исказить результаты измерений. После протирки, дать просохнуть спирту, чтобы он не влиял на поверхностное натяжение. **Прикасаться к кольцу и внутренней поверхности колбы руками нельзя!**

1. Отъюстировать динамометр. Для чего:
  - 1.1 проверить не перекручена ли металлическая полоса, соединяющая ручку стрелки динамометра (11) и ручку юстировки (12). Если металлическая полоса перекручена, раскрутить её обратно направлению закручивания вращени-

ем ручки стрелки динамометра (11). **Работа с динамометром с перекрученной металлической полосой способна привести к искажению результатов измерений и порче оборудования;**

1.2 установить стрелку шкалы динамометра (11) на «0» (см. рис. 5);

1.3 опустить кольцо (5) в пустую колбу (7);

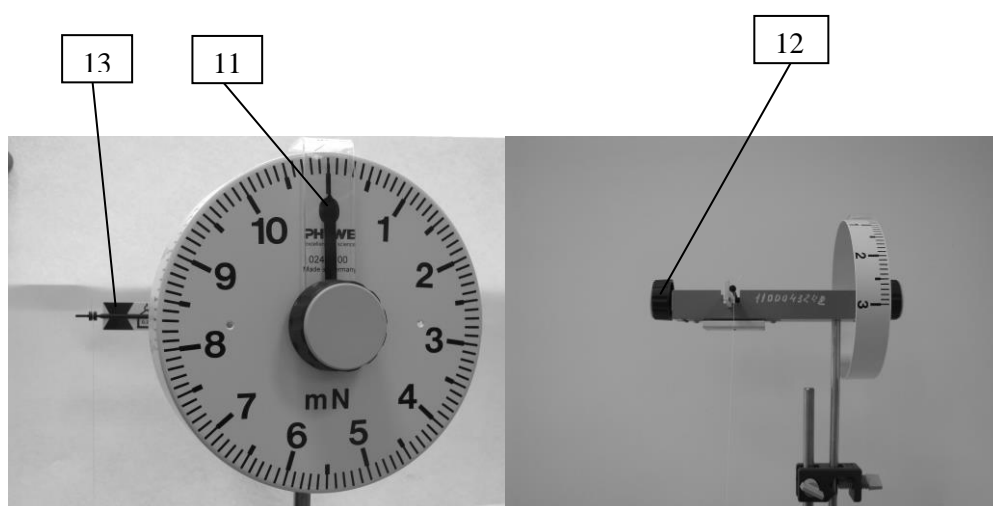
1.4 с помощью ручки юстировки (12) на обратной стороне динамометра скомпенсировать вес кольца так, чтобы левый рычаг (13) находился точно между двумя метками (см. рис. 5).

2. Заполните колбу (7) дистиллированной водой.

3. При помощи спринцовки (10) втянуть воду в силиконовый шланг (3), предварительно открыв стопорящий вентиль (4). После заполнения шланга (3) водой, закрыть вентиль и вылить оставшуюся воду из спринцовки в колбу (7). Погрузить кольцо (5) полностью в воду в колбе (7) (левый рычаг поднимется вверх – это нормально).

4. Включить магнитную мешалку (если не включена) (9), переведя тумблер с правой стороны в положение «ON».

5. Значение температуры, высветившееся на цифровом термометре (2), принять за начальную  $t_0$  и записать в таблицу 1.



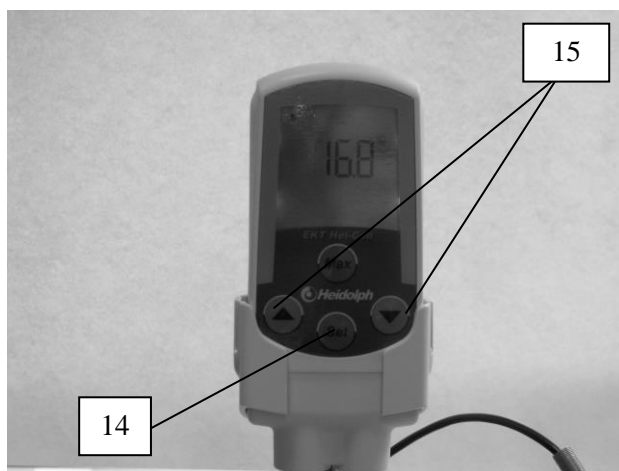
**Рис. 5** Внешний вид динамометра

6. Открыть стопорящий вентиль (4), позволив воде медленно перетекать из колбы (7) в колбу (8). После того, как левый рычаг начал опускаться, плавно поворачивая ручку (**по часовой стрелке**) динамометра (11), сохранять левый рычаг между двумя метками. После отрыва кольца (5) от воды зафиксировать показание стрелки динамометра (11), после чего закрыть стопорящий вентиль (4). Полученное значение занести в таблицу 1.

7. Вылить жидкость из колбы (8) назад в колбу (7). Плавно поворачивая ручку (**против часовой стрелки**) вернуть стрелку динамометра (11) в изначальное положение.

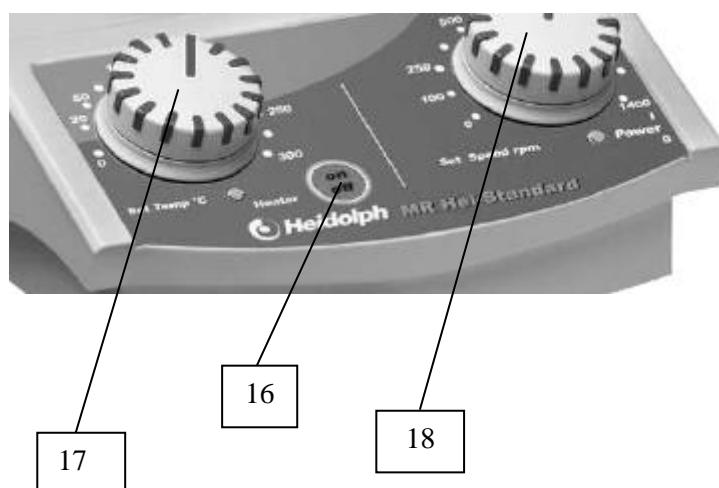
8. Нагреть жидкость на 10 °С. Для чего:

8.1. нажать на цифровом термометре кнопку «Set» (14). С помощью кнопок ▲ ▼ (15) задать необходимое значение температуры (Для более быстрого достижения нужной температуры можно временно выставить значение выше на 1°С). Снова нажать на кнопку «Set» 14 (см. рис. 6);



**Рис. 6** Внешний вид лицевой панели цифрового термометра

8.2. включить нагрев, нажав кнопку (16) (рис. 7). Плавно поворачивая регулятор (17), установить желаемую температуру нагрева (Для более быстрого нагрева возможно временное увеличение температуры нагрева, но не более чем в 2 раза). Плавно поворачивая регулятор (18), установить желаемую скорость перемешивания жидкости;



**Рис. 7** Внешний вид панели магнитной мешалки

8.3. при достижении заданной температуры, выключить перемешивание. Записать установившееся значение температуры в таблицу 1.

9. Выполнить действия из пунктов 6 и 7.

10. Повторить действия пунктов 8 и 9 в количестве 7 раз<sup>1</sup> от начального значения температуры с шагом 10 °С (конечное значение температуры не должно превышать 85 °С. В случае достижения данной температуры, измерения завершить).

**Таблица 1** Экспериментальные данные

№ п/п	$t, \text{ }^\circ\text{C}$	$F_\sigma, \text{ мН}$	$\sigma, \text{ мН/мм}$
1	$t_0$		
2	$t_0 + 10$		
...			
7	$t_0 + 60$		

$\langle \sigma \rangle =$

<sup>1</sup> Указанное число измерений в эксперименте может быть уменьшено по решению преподавателя при нехватке времени на занятии, но оно не может быть меньше 5 для возможности последующей обработки результатов эксперимента.

## АНАЛИЗ И ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

1. Рассчитать значения коэффициента поверхностного натяжения  $\sigma$  по формуле (4). Результаты записать в таблицу 1. Принять диаметр колец:

- внешний  $D_2 = 2R_2 = 20$  мм,

- внутренний  $D_1 = 2R_1 = 19,1$  мм.

2. Представить полученные данные в графическом виде, для чего необходимо по оси абсцисс отложить значения  $x = t, ^\circ\text{C}$ , а по оси ординат значения  $y = \sigma, \text{мН/мм}$ . При этом экспериментальные данные должны, с учетом погрешности эксперимента, укладываться на прямую линию.

3. Найти коэффициенты линейной регрессии и построить аппроксимационную прямую. Убедиться в линейной зависимости полученных экспериментальных результатов.

Известно, что величина  $\sigma$  линейно зависит от температуры  $t$ . Однако экспериментально полученные значения содержат ошибки измерений, что отражается в отклонении экспериментальных точек на графике от прямой линии.

Для построения теоретически предсказанной прямой зависимости по полученным экспериментальным данным используется метод линейной регрессии. Метод линейной регрессии заключается в представлении набора экспериментальных точек  $(x_i, y_i)$  в виде линейной зависимости  $Y_i = a + bx_i$ . Нахождение параметров  $a$  и  $b$  по набору экспериментальных точек  $(x_i, y_i)$  является задачей линейной регрессии. Для нахождения параметров линейной регрессии, как правило, используется метод наименьших квадратов (МНК). Суть метода состоит в следующем: необходимо для функционала вида

$$S = \sum_{i=1}^N (y_i - Y_i)^2 \rightarrow \min,$$

где  $(x_i, y_i)$  – набор  $N$  экспериментальных точек (в нашем случае 7),  $Y_i = a + bx_i$  – линия (прямая) регрессии, определить параметры регрессии  $a$  и  $b$  из условия минимума функции  $S$ .

Для нахождения экстремума функции вычислим аналитические значения частных производных  $S$  по  $a$  и  $b$  и приравняем их нулю. В результате получим систему уравнений для нахождения  $a$  и  $b$ .

$$S = \sum_{i=1}^N (y_i - Y_i)^2 = \sum_{i=1}^N (y_i - a - bx_i)^2 \rightarrow \min,$$

$$\frac{\partial S}{\partial a} = 0, \frac{\partial S}{\partial b} = 0.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a \sum_{i=1}^n x_i + b \sum_{i=1}^n x_i^2 = \sum_{i=1}^n x_i y_i \\ na + b \sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n y_i \end{array} \right. ,$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{a}{n} \sum_{i=1}^n x_i + \frac{b}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i y_i \\ a + \frac{b}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i \end{array} \right. .$$

Учитывая понятие среднего значения физической величины  $x$

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \langle x \rangle,$$

перепишем полученную систему в следующем виде

$$\left\{ \begin{array}{l} a \langle x \rangle + b \langle x^2 \rangle = \langle xy \rangle \\ a + b \langle x \rangle = \langle y \rangle \end{array} \right. .$$

Тогда формулы для нахождения коэффициентов регрессии запишутся в виде

$$\begin{cases} a = \frac{\langle x^2 \rangle \langle y \rangle - \langle x \rangle \langle xy \rangle}{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2} \\ b = \frac{\langle xy \rangle - \langle x \rangle \langle y \rangle}{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2} \end{cases} \quad (5)$$

Таким образом, необходимо по формуле (5) вычислить коэффициенты линейной регрессии и на графике построить линию регрессии вида  $Y = a + bx$ .

4. Вычислить случайную погрешность по формуле:

$$\Delta y = \Delta \sigma = t_{P,f} \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (y_i - Y_i)^2},$$

где  $n$  – количество измерений (табл.1:  $n = 7$ ),  $y_i = \sigma_i$ ,  $Y_i = a + bx_i$ .

Задав доверительную вероятность  $P = 0,95$ , найдем из таблицы 2 значение  $t_{P,f}$ , где  $f = n - 1 = 6$ ,  $P = 0,95$ . (для расчета коэффициентов  $a$ ,  $b$  и  $\Delta y$  разрешается использование пакетов типа Microsoft Excel).

Результат измерения:  $\sigma = \langle \sigma \rangle \pm \Delta \sigma$ .

Округлив результат измерения, получим в окончательном виде:

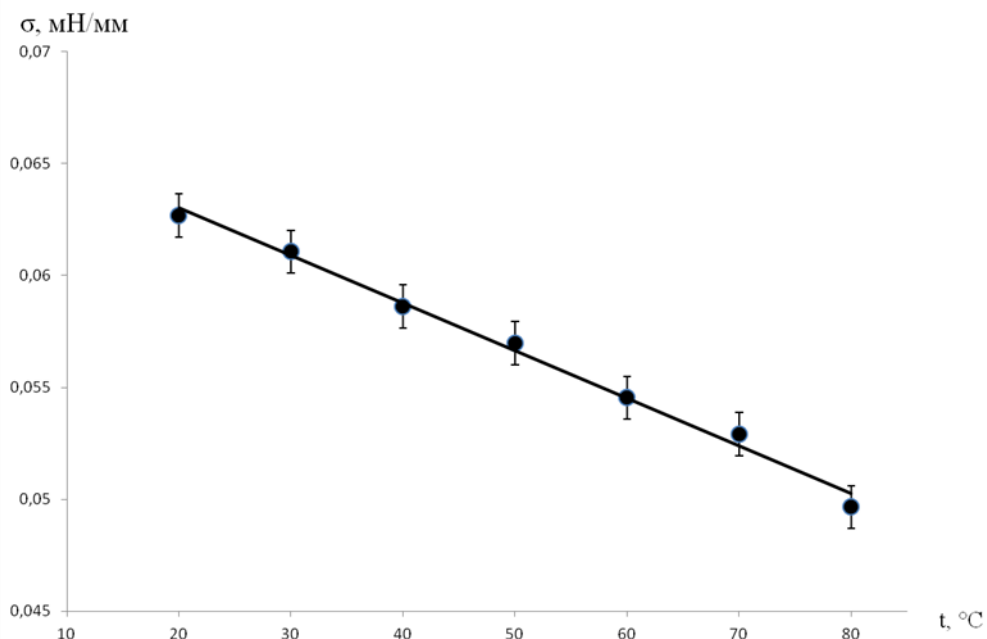
$$\sigma = \langle \sigma \rangle \pm \Delta \sigma, \text{ мН/мм; где } P = 0,95.$$

Величина  $\Delta \sigma$  описывает величину случайной погрешности полученных экспериментальных значений.

5. На графике линии регрессии отложить для всех экспериментальных точек интервал вида:  $(y_i - \Delta y, y_i + \Delta y)$ .

Пример графического представления экспериментальных данных приведён на рис.8.





**Рис. 8** Графическое представление экспериментальных данных

Важно понимать, что возможны случаи, когда отдельные экспериментальные значения могут сильно отличаться от аппроксимации (от ожидаемого значения) и доверительный интервал не перекрывает линию аппроксимации. Такие значения называются выбросами и их необходимо исключать из последующего анализа.

### КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Как зависит коэффициент поверхностного натяжения жидкости от температуры?
2. Какой физический смысл коэффициента поверхностного натяжения жидкости?
3. Почему капля жидкости в свободном состоянии принимает шарообразную форму?
4. Что такое силы поверхностного натяжения и каково их происхождение?
5. Какие виды погрешностей встречаются при определении коэффициента поверхностного натяжения методом отрыва кольца?

## СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Глаголев К.В., Морозов А.Н. Физическая термодинамика. Изд.2, испр./ М.: МГТУ, 2007. — 272 с: ил.
2. Савельев И.В. Курс общей физики. Т. 1. М.: Наука, 1989. – 352 с. (§ 93)
3. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т. 6: Гидродинамика. М.: Наука, 1986.

## ПРИЛОЖЕНИЕ

**Таблица 2.** Коэффициент Стьюдента для различных значений доверительной вероятности

Число степеней свободы $f = n - 1$	n	Доверительная вероятность			
		0.90	0.95	0.99	0.999
1	2	6.31	12.70	63.65	636.61
2	3	2.91	4.30	9.92	31.59
3	4	2.35	3.18	5.84	12.92
4	5	2.13	2.77	4.60	8.61
5	6	2.01	2.57	4.03	6.86
6	7	1.94	2.44	3.70	5.95
7	8	1.89	2.36	3.49	5.40
8	9	1.85	2.30	3.35	5.04
9	10	1.83	2.26	3.24	4.78
10	11	1.81	2.22	3.16	4.58
11	12	1.79	2.20	3.10	4.43
12	13	1.78	2.17	3.05	4.31
13	14	1.77	2.16	3.01	4.22
14	15	1.76	2.14	2.97	4.14
15	16	1.75	2.13	2.94	4.072
16	17	1.74	2.11	2.92	4.01
17	18	1.73	2.10	2.89	3.96
18	19	1.73	2.10	2.87	3.92
19	20	1.72	2.09	2.86	3.88
20	21	1.72	2.08	2.84	3.84
21	22	1.72	2.07	2.83	3.81
22	23	1.71	2.07	2.81	3.79