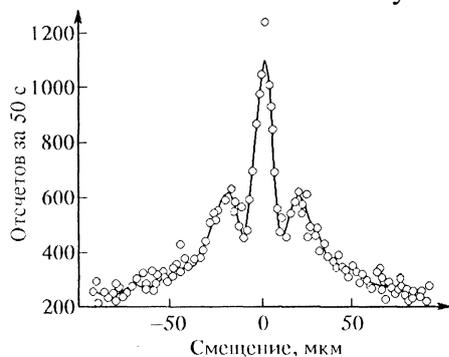


## Домашнее задание по физике для студентов II курса IV семестра всех факультетов

5.1.01. В 1999г. в Венском университете был осуществлен эксперимент по дифракции очень



массивных частиц - фуллеренов – молекул углерода  $C_{60}$ .

Пучок молекул направлялся на дифракционную решетку с периодом  $d = 100$  нм, а затем на расстоянии  $l = 1,25$  м от решетки измерялось пространственное распределение прошедших частиц. Как видно из графика, приведенного на рисунке, в опыте кроме прямого пучка наблюдалось еще два симметрично расположенных максимума на расстояниях  $\pm 25$  мкм. Какова была скорость фуллеренов в пучке?

5.1.02. На какую кинетическую энергию должен быть рассчитан ускоритель заряженных частиц с массой покоя  $m_0$ , чтобы с их помощью можно было исследовать структуры с линейными размерами  $l$ ? Решите задачу для электронов и протонов в случае  $l = 10^{-18}$  м, что соответствует радиусу слабого взаимодействия.

5.1.03. Поток нейтронов проходит через узкие радиальные щели в двух дисках из кадмия, поглощающего нейтроны. Диски насажены на общую ось так, что щели повернуты друг относительно друга на угол  $\alpha$ . Диски вращаются с угловой скоростью  $\omega = 400$  рад/с, расстояние между ними  $L = 1$  м. Найти угол  $\alpha$ , если длина волны де Бройля пропускаемых таким устройством нейтронов равна  $\lambda = 0,1$  нм.

5.1.04. Пучок электронов, ускоренный напряжением  $U = 5,0$  кВ, проходит через тонкую поликристаллическую фольгу. На экране, расположенном на расстоянии  $L = 0,50$  м от фольги, образуется система концентрических колец, первые из которых имеют диаметры  $d_1 = 4,9$  мм,  $d_2 = 6,9$  мм,  $d_3 = 8,4$  мм,  $d_4 = 9,8$  мм,  $d_5 = 13,9$  мм,  $d_6 = 17,1$  мм,  $d_7 = 19,8$  мм. Определите, сколько систем кристаллических плоскостей участвует в образовании этих колец, и их межплоскостные расстояния.

5.1.05. Коллимированный пучок электронов, прошедших ускоряющую разность потенциалов  $U = 30$  кВ, падает нормально на тонкую поликристаллическую фольгу золота. Постоянная кристаллической решетки золота  $d = 0,41$  нм. На фотопластинке, расположенной за фольгой на расстоянии  $l = 20$  см от нее, получена дифракционная картина, состоящая из ряда концентрических окружностей. Определите: а) длину волны де Бройля электронов  $\lambda$ ; б) брэгговский угол  $\vartheta_A$ , соответствующий первой окружности; в) радиус  $r$  первой окружности.

5.1.06. Протон с длиной волны де Бройля  $\lambda = 1,7$  нм упруго рассеялся под углом  $\vartheta = 90^\circ$  на первоначально покоившейся  $\alpha$  – частице. Определите длину волны де Бройля рассеянного протона.

5.1.07. Узкий пучок моноэнергетических электронов падает под углом скольжения  $\vartheta = 30^\circ$  на естественную грань монокристалла алюминия. Расстояние между соседними кристаллическими плоскостями, параллельными этой грани монокристалла,  $d = 0,20$  нм. При некотором ускоряющем напряжении  $U_0$  наблюдается максимум дифракционного отражения. Найдите  $U_0$ , если известно, что следующий максимум дифракционного отражения от этой же системы плоскостей возникает при увеличении ускоряющего напряжения в  $\eta = 2,25$  раза.

5.1.08. Получите приближенное выражение для длины волны де Бройля ультрарелятивистской частицы, т.е. такой частицы, кинетическая энергия  $E$  которой много больше ее энергии покоя  $mc^2$ . При каких значениях  $E$  можно пользоваться этим выражением, чтобы ошибка не превосходила 5%? Вычислить длину волны де Бройля  $\lambda$  для ультрарелятивистских протонов с энергией  $E = 76$  ГэВ, ускоряющихся на Серпуховском протонном синхротроне.

5.1.09. При дифракции атомов гелия на дифракционной нанорешетке с периодом  $d = 200$  нм максимум первого порядка наблюдался под углом  $\varphi_1 = 1,7$  мрад. В пучке наряду с атомами гелия присутствовали кластеры  $He_2$  (димеры) и  $He_3$  (тримеры), обладавшие той же скоростью, что и атомы гелия. Найдите угловое положение дифракционных максимумов первого порядка  $\varphi_2$  и  $\varphi_3$  для этих кластеров.

5.1.10. При пропускании пучка нейтронов от ядерного реактора через блок прессованного графита все нейтроны с длинами волн де Бройля короче  $\lambda_0 = 0,67$  нм испытывают дифракционное отражение Брэгга-Вульфа. Проходят через блок только медленные, так называемые холодные нейтроны. Определите максимальную температуру, соответствующую самым коротким волнам де Бройля нейтронов, пропускаемых графитом, а также вычислите постоянную  $d$  решетки графита.

5.1.11. Считая, что минимальная энергия  $E$  нуклона (протона или нейтрона) в ядре равна 10 МэВ, оцените, исходя из соотношения неопределенностей, линейные размеры ядра.

5.1.12. Исходя из предположения, что заряд атомного ядра равномерно распределен по его объему, покажите, используя соотношение неопределенностей, что электроны не могут входить в состав ядра. Линейные размеры ядра считать равными  $5 \cdot 10^{-15}$  м.

5.1.13. Используя соотношение неопределенностей энергии и времени, определите среднее время жизни атома в возбужденном состоянии  $\tau$ , если естественная ширина спектральной линии излучения атома при переходе его из возбужденного состояния в основное  $\Delta\lambda = 20$  фм, а длина волны излучения  $\lambda = 600$  нм.

5.1.14. В некоторый момент времени область локализации электрона составляет  $\Delta x_0 = 0,10$  нм. Оцените ширину области локализации электрона спустя время  $\tau = 1,0$  с.

5.1.15. Оцените с помощью соотношения неопределенностей Гейзенберга неопределенность скорости электрона в атоме водорода, полагая размер атома  $a = 10^{-10}$  м. Сравните полученную величину со скоростью электрона на первой боровской орбите.

5.1.16. Среднее время жизни атома в возбужденном состоянии составляет величину  $\Delta t \sim 10^{-8}$  с. При переходе атома в основное состояние испускается фотон, средняя длина волны которого равна  $\lambda = 500$  нм. Оцените ширину  $\Delta\lambda$  и относительную ширину  $\frac{\Delta\lambda}{\lambda}$  излучаемой спектральной линии, если не происходит ее уширения за счет других процессов. (Такая ширина называется естественной шириной спектральной линии).

5.1.17. Длина волны  $\lambda$  излучаемого атомом фотона составляет  $0,6$  мкм. Принимая время жизни возбужденного состояния  $\Delta t = 10^{-8}$  с, определите отношение естественной ширины  $\Delta E$  возбужденного энергетического уровня к энергии  $E$ , излученной атомом.

5.1.18. С помощью соотношения неопределенностей оцените минимальную энергию  $E_1$ , которой может обладать частица массы  $m$ , находящаяся в бесконечно глубокой одномерной потенциальной яме шириной  $a$ .

5.1.19. Нейтрон, летящий со скоростью  $V = 0,1$  м/с, попадает в щель с абсолютно отражающими стенками, параллельными направлению его движения. Длина щели в этом направлении  $l = 0,01$  м, ширина  $d = 10^{-6}$  м. Пользуясь соотношением неопределенностей, оцените время, в течение которого нейтрон пройдет через щель.

5.1.20. Используя соотношение неопределенностей энергии и времени, определите длину волны излучения  $\lambda$ , если среднее время жизни атома в возбужденном состоянии  $\tau = 10^{-8}$  с, а естественная ширина спектральной линии излучения атома при переходе его из возбужденного состояния в основное  $\Delta\lambda = 20$  фм.

5.2.01. Частица находится в одномерной прямоугольной потенциальной яме с бесконечно высокими стенками. Найдите массу частицы, если ширина ямы  $a$  и разность энергий второго и первого возбужденных состояний равна  $\Delta E$ .

5.2.02. Частица находится в двумерной прямоугольной потенциальной яме с бесконечно высокими стенками. Координаты  $x$  и  $y$  частицы лежат в пределах  $0 < x < a$ ,  $0 < y < b$ , где  $a$  и  $b$  - стороны ямы. Определите вероятность нахождения частицы с наименьшей энергией в области: а)  $0 < x < \frac{a}{4}$  ( $P_1$ ); б)  $0 < y < \frac{b}{4}$  ( $P_2$ ); в)  $0 < x < \frac{a}{4}$ ,  $0 < y < \frac{b}{4}$  ( $P_3$ ). Убедитесь, что  $P_1 \cdot P_2 = P_3$ .

5.2.03. Частица массой  $m_0$  находится в основном состоянии в двумерной квадратной потенциальной яме с бесконечно высокими стенками. Найдите энергию частицы, если максимальное значение плотности вероятности местонахождения частицы равно  $W_m$ .

5.2.04. Частица находится в одномерной прямоугольной потенциальной яме с бесконечно высокими стенками, имеющей ширину  $a$ . В каких точках интервала  $0 < x < a$  плотность вероятности обнаружения частицы одинакова для основного и второго возбужденного состояний?

5.2.05. Частица массой  $m_0$  находится в одномерном потенциальном поле  $U(x)$  в стационарном состоянии, описываемом волновой функцией  $\psi(x) = A \exp(-\alpha x^2)$ , где  $A$  и  $\alpha$  - заданные постоянные ( $\alpha > 0$ ). Найдите энергию частицы и вид функции  $U(x)$ , если  $U(0) = 0$ .

5.2.06. Частица находится в одномерной прямоугольной потенциальной яме с бесконечно высокими стенками. Найдите отношение вероятностей нахождения частицы в средней трети ямы для первого и второго возбужденных состояний.

5.2.07. Частица массы  $m$  находится в одномерной прямоугольной потенциальной яме ширины  $a$  с бесконечно высокими стенками. Найдите число  $dN$  энергетических уровней в интервале энергий  $(E, E + dE)$ , если уровни расположены весьма густо.

5.2.08. Однократно ионизованную молекулу органического красителя, в которой электрон может двигаться от одного конца цепочки к другому, в некотором приближении можно считать одномерной бесконечно глубокой потенциальной ямой с шириной  $a = 0,84$  нм. Цвет красителя в данном случае определяется переходом  $4 \rightarrow 3$ . Какой цвет имеет краситель?

5.2.09. Волновая функция частицы массой  $m$ , совершающей одномерное движение в поле с потенциалом  $U(x)$ , есть:

$$\psi(x) = \begin{cases} Ax^2 \exp(-x/a), & x > 0, \\ 0, & x \leq 0. \end{cases}$$

Найти  $U(x)$  при  $x > 0$  и полную энергию частицы  $E$ , если известно, что  $U(x) \rightarrow 0$  при  $x \rightarrow \infty$ .

5.2.10. Покажите, что среди сферически симметричных решений уравнения Шредингера для водородоподобного атома, конечных при  $r=0$  и обращающихся в нуль при  $r \rightarrow \infty$ , имеется экспоненциальное решение  $\exp(-\alpha r)$ . Найдите постоянную  $\alpha$ , волновую функцию  $\psi(r)$  и энергию атома в рассматриваемом состоянии.

5.2.11. Электрон с энергией  $E = 4,9$  эВ налетает на прямоугольный потенциальный барьер высотой  $U = 5$  эВ. Оцените, при какой ширине барьера  $d$  коэффициент прохождения электрона через барьер  $D$  будет равен  $\eta = 0,2$ ?

5.2.12. Электрон, обладающий энергией  $E = 50$  эВ, встречает на своем пути потенциальный порог высотой  $U = 20$  эВ. Определите вероятность отражения электрона от этого порога.

5.2.13. Микрочастица налетает на прямоугольный потенциальный порог высотой  $U_0$ . Энергия частицы равна  $E$ , причем  $E > U_0$ . Найдите коэффициент отражения  $R$  и коэффициент прозрачности  $D$  этого барьера. Убедитесь, что значения этих коэффициентов не зависят от направления движения падающей частицы (слева направо или справа налево).

5.2.14. Найдите коэффициент прохождения частицы массой  $m_0$  через треугольный потенциальный барьер вида

$$U(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ U_0 \left(1 - \frac{x}{d}\right), & 0 < x < d \\ 0, & x > d \end{cases}$$

в зависимости от энергии частицы  $E$  при  $E < U_0$ . Такой вид потенциального барьера соответствует барьеру, преодолеваемому электронами при холодной (полевой) эмиссии из металла.

5.2.15. Найдите коэффициент прохождения частицы массой  $m_0$  через потенциальный барьер вида

$$U(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ U_0 \left(1 - \frac{x^2}{d^2}\right), & 0 < x < d \\ 0, & x > d \end{cases}$$

в зависимости от энергии частицы  $E$  при  $E < U_0$ .

5.2.16. Частица с энергией  $E$  налетает на прямоугольный потенциальный порог высотой  $U_0$ .

Найдите приближенное выражение для коэффициента отражения  $R$  для случая  $\frac{U_0}{E} \ll 1$ .

5.2.17. Электрон с энергией  $E$  движется над прямоугольной потенциальной ямой шириной  $a$  и глубиной  $U_0$ . Найдите значения энергии  $E$ , при которых электрон будет беспрепятственно проходить над ямой. Убедитесь, что это будет происходить при условии, что ширина ямы  $a$  равна целому числу дебройлевских полуволен частицы внутри ямы. Вычислите минимальную энергию электрона  $E_{min}$  при  $U_0 = 10$  эВ и  $a = 0,25$  нм.

5.2.18. Частица массы  $m_0$ , обладающая энергией  $E$ , налетает на прямоугольный потенциальный барьер высотой  $U_0$  и шириной  $a$ . Энергия частицы  $E > U_0$ . Найдите коэффициент “надбарьерного” отражения  $R$  и коэффициент прозрачности барьера  $D$  для этой частицы.

5.2.19. Частица с энергией  $E$  налетает на прямоугольный потенциальный порог высотой  $U_0$  ( $E > U_0$ ). Найдите приближенное выражение для коэффициента отражения  $R$  для случая  $\frac{E - U_0}{U_0} \ll 1$ .

5.2.20. В 1921г. немецкий физик К. Рамзауэр обнаружил аномальную “прозрачность” атомов криптона для электронов с энергией  $E = 0,6$  эВ. Этот эффект обусловлен волновыми свойствами электронов. Моделируя поле атома с помощью одномерной прямоугольной потенциальной ямы глубиной  $U_0 = 2,5$  эВ, оцените радиус атома криптона.

6.1.01. Волновая функция основного состояния электрона в атоме водорода имеет вид  $\psi(r) = A \exp\left(-\frac{r}{a_0}\right)$ , где  $r$  - расстояние электрона от ядра,  $a_0$  - радиус первой борховской орбиты ( $a_0 = 4\pi\epsilon_0 \hbar^2 / me^2$ ),  $m$  - масса электрона,  $e$  - элементарный заряд,  $A$  - нормировочная константа. Потенциальная энергия взаимодействия электрона с ядром  $U(r) = -e^2 / 4\pi\epsilon_0 r$ . Определите  $A$  и среднее значение потенциальной энергии  $\langle U \rangle$ .

6.1.02. Частица находится в двумерной квадратной потенциальной яме с непроницаемыми стенками во втором возбужденном состоянии. Найдите среднее значение квадрата импульса частицы  $\langle p^2 \rangle$ , если сторона ямы равна  $a$ .

6.1.03. Частица массой  $m_0$  находится в одномерной потенциальной яме с непроницаемыми стенками во втором возбужденном состоянии. Найдите среднее значение кинетической энергии частицы  $\langle E_k \rangle$ , если ширина ямы равна  $a$ .

6.1.04. Рассчитайте  $\langle x \rangle$ ,  $\langle x^2 \rangle$ ,  $\langle p \rangle$ ,  $\langle p^2 \rangle$  для уровня  $n$  бесконечно глубокой прямоугольной потенциальной ямы. Выполняется ли в этом случае принцип неопределенности? Для какого уровня результат ближе всего к теоретическому пределу?

6.1.05. В некоторый момент времени координатная часть волновой функции частицы, находящейся в одномерной прямоугольной потенциальной яме с абсолютно непроницаемыми стенками ( $0 < x < a$ ), имеет вид  $\psi(x) = Ax(a-x)$ . Найдите среднюю кинетическую энергию частицы в этом состоянии, если масса частицы равна  $m_0$ .

6.1.06. Волновая функция, описывающая состояние частицы, имеет вид  $\Psi(x,t) = A \exp(-\lambda|x| - i\omega t)$ , где  $A$ ,  $\lambda$  и  $\omega$  - положительные действительные константы. Определите  $A$ ,  $\langle x \rangle$ ,  $\langle x^2 \rangle$ , а также среднее квадратичное отклонение (дисперсию)  $\sigma_x = \sqrt{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2}$ . При решении обратите внимание на четность подынтегральных функций.

6.1.07. В некоторый момент времени координатная часть волновой функции частицы, находящейся в одномерной прямоугольной потенциальной яме с абсолютно непроницаемыми стенками ( $0 < x < a$ ), имеет вид  $\psi(x) = A \sin^3 \frac{\pi x}{a}$ . Найдите вероятность пребывания частицы в основном состоянии.

6.1.08. Найдите средние значения кинетической и потенциальной энергий квантового осциллятора с частотой  $\omega_0$  в основном состоянии, описываемом волновой функцией

$$\psi(x) = A \exp\left(-\frac{m_0 \omega_0 x^2}{2\hbar}\right), \text{ где } A - \text{некоторая постоянная, а } m_0 - \text{масса осциллятора.}$$

6.1.09. Докажите, что квадрат момента импульса частицы  $L^2$  может быть одновременно измерим с кинетической энергией частицы  $E_K$ .

Указание: Рассмотрите коммутатор операторов  $\hat{L}^2$  и  $\hat{E}_K$ .

6.1.10. В момент времени  $t=0$  волновая функция частицы в одномерной потенциальной яме шириной  $a$  с бесконечно высокими стенками имеет вид  $\psi(x) = A \sin \frac{4\pi x}{a} \cos \frac{2\pi x}{a}$ .

Считая, что масса частицы равна  $m_0$ , найдите среднюю кинетическую энергию частицы в данном состоянии. Укажите, суперпозицией каких состояний частицы в потенциальной яме является данное состояние. Найдите волновую функцию  $\Psi(x, t)$ .

6.1.11. В момент времени  $t=0$  волновая функция частицы в одномерной потенциальной яме шириной  $a$  с бесконечно высокими стенками имеет вид  $\psi(x) = A \sin \frac{3\pi x}{a} \cos \frac{2\pi x}{a}$ .

Считая, что масса частицы равна  $m_0$ , найдите среднее значение импульса частицы в данном состоянии. Укажите, суперпозицией каких состояний частицы в потенциальной яме является данное состояние. Найдите волновую функцию  $\Psi(x, t)$ .

6.1.12. Определите среднее значение кинетической энергии  $\langle E_{кин} \rangle$  и средней квадратичной скорости электрона  $v_{кс}$  в основном состоянии атома водорода.

6.1.13. В момент времени  $t=0$  волновая функция частицы в одномерной потенциальной яме с бесконечно высокими стенками имеет вид  $\psi(x) = A \sin \frac{4\pi x}{2a} \cos \frac{\pi x}{2a}$ .

Считая, что масса частицы равна  $m_0$ , найдите среднюю кинетическую энергию частицы в данном состоянии. Укажите, суперпозицией каких состояний частицы в потенциальной яме является данное состояние. Найдите волновую функцию  $\Psi(x, t)$ .

6.1.14. В момент времени  $t=0$  волновая функция частицы в одномерной потенциальной яме шириной  $a$  с непроницаемыми стенками является равновероятной суперпозицией второго и четвертого возбужденных состояний. Считая, что масса частицы равна  $m_0$ , найдите среднее значение импульса частицы в данном состоянии.

6.1.15. Найдите среднее значение кинетической и потенциальной энергии квантового гармонического осциллятора с частотой  $\omega_0$ , находящегося в первом возбужденном состоянии, описываемом волновой функцией

$$\psi(x) = Ax \exp\left(-\frac{m_0 \omega_0 x^2}{2\hbar}\right), \quad -\infty < x < +\infty.$$

Здесь  $A$  - некоторая нормировочная постоянная,  $m_0$  - масса частицы.

6.1.16. В некоторый момент времени координатная часть волновой функции частицы, находящейся в одномерной потенциальной яме шириной  $a$  с бесконечно высокими стенками, имеет вид

$$\psi(x) = A \sin^2 \frac{\pi x}{a}.$$

Найдите вероятность пребывания частицы в первом возбужденном состоянии.

6.1.17. В некоторый момент времени координатная часть волновой функции частицы, находящейся в одномерной потенциальной яме шириной  $a$  с бесконечно высокими стенками, имеет вид

$$\psi(x) = A \sin^2 \frac{\pi x}{a}.$$

Найдите среднее значение кинетической энергии частицы в этом состоянии.

6.1.18. В некоторый момент времени координатная часть волновой функции частицы, находящейся в одномерной потенциальной яме шириной  $a$  с бесконечно высокими стенками, имеет вид

$$\psi(x) = A \cdot \left( \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) + 2 \sin^2\left(\frac{\pi x}{a}\right) \right)$$

Найдите вероятность пребывания частицы в первом возбужденном состоянии. Укажите, суперпозицией каких состояний частицы в потенциальной яме является данное состояние.

Найдите волновую функцию  $\Psi(x, t)$ .

6.1.19. Определите результаты измерения проекции импульса  $L_z$  и их вероятности для системы, находящейся в состоянии, описываемом волновой функцией  $\psi(\varphi) = A(2 + 3\sin 2\varphi)$ , где  $\varphi$  - азимутальный угол.

6.1.20. Определите результаты измерения проекции импульса  $L_z$  и их вероятности для системы, находящейся в состоянии, описываемом волновой функцией

$$\psi(\varphi) = A(1 + 2\cos\varphi),$$

где  $\varphi$  - азимутальный угол.

6.2.01. Оцените минимальную дебройлевскую длину волны свободных электронов в металле при температуре  $T = 0$ , считая, что металл содержит по одному свободному электрону на атом, а его кристаллическая решетка является простой кубической с периодом  $a$ .

6.2.02. Чему равна энергия Ферми  $E_F$  натрия при температуре  $T = 0$ , если число свободных электронов, приходящихся на один атом натрия, составляет  $\eta = 0,96$ ? Плотность натрия  $\rho = 0,97$  г/см<sup>3</sup>.

6.2.03. Найдите интервал в электронвольтах между соседними энергетическими уровнями свободных электронов в металле при температуре  $T = 0$  вблизи уровня Ферми, если объем металла  $V = 1$  см<sup>3</sup> и концентрация свободных электронов  $n = 2,0 \cdot 10^{22}$  см<sup>-3</sup>.

6.2.04. Найдите среднюю скорость свободных электронов в рубидии при температуре  $T = 0$ , если энергия Ферми рубидия  $E_F = 1,82$  эВ.

6.2.05. Для того, чтобы средняя энергия электронов классического (невырожденного) электронного газа была равна средней энергии свободных электронов в меди при температуре  $T = 0$ , классический газ электронов нужно нагреть до температуры  $T = 3 \cdot 10^4$  К. Найдите энергию Ферми  $E_F$  для меди.

6.2.06. Найдите энергию Ферми  $E_F$  для алюминия при температуре  $T = 0$ . Считайте, что на каждый атом алюминия приходится  $\eta = 3$  свободных электрона, а плотность алюминия  $\rho = 2,7 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>.

6.2.07. При какой температуре металла  $T$  вероятность найти в нем электрон с энергией  $E$ , превосходящей энергию Ферми  $E_F$  на  $\Delta E = 0,5$  эВ, составляет  $P = 0,02$ ?

6.2.08. Найдите при температуре  $T = 0$  плотность состояний электронов в серебре  $\frac{dn}{dE}$  вблизи уровня Ферми, если энергия Ферми серебра составляет  $E_F = 5,5$  эВ.

6.2.09. Определите, во сколько раз изменится вероятность заполнения электронами в металле энергетического уровня, расположенного на  $\Delta E = 0,1$  эВ выше уровня Ферми, если температуру металла повысить от  $T_1 = 300$  К до  $T_2 = 400$  К.

6.2.10. Найдите положение уровня Ферми и суммарную кинетическую энергию свободных электронов в объеме  $\Delta V = 1 \text{ см}^3$  серебра при температуре  $T = 0$ , полагая, что число свободных электронов равно количеству атомов серебра.

6.2.11. Получите выражение для постоянной Холла  $R_H$  в примесном полупроводнике, в котором концентрации электронов и дырок равны, соответственно,  $n$  и  $p$ , а их подвижности –  $\mu_n$  и  $\mu_p$ . При каком соотношении между этими величинами эффект Холла будет отсутствовать?

6.2.12. Тонкая металлическая лента шириной  $d$  и толщиной  $a$  помещена в однородное магнитное поле с индукцией  $B$ , перпендикулярное плоскости ленты. По ленте пропускают ток  $I$ . Найдите разность потенциалов, возникающую между краями ленты (на расстоянии  $d$ ), если концентрация свободных электронов в металле равна  $n$ .

6.2.13. По металлической трубе с внутренним и внешним радиусами, равными, соответственно,  $R_1$  и  $R_2$ , течет равномерно распределенный ток  $I$ . Определите разность потенциалов, установившуюся между внутренней и наружной поверхностями трубы. Концентрация свободных электронов в металле равна  $n$ .

6.2.14. Температурный коэффициент сопротивления  $\alpha = \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dT}$  чистого беспримесного германия при комнатной температуре равен  $\alpha = -0,05 \text{ K}^{-1}$ . Найдите красную границу фотопроводимости  $\lambda_K$  для этого полупроводника при низких температурах.

6.2.15. Собственный полупроводник с шириной запрещенной зоны  $\Delta E_g = 0,67 \text{ эВ}$  находится при температуре  $T_1 = 300 \text{ K}$ . До какой температуры  $T_2$  нужно нагреть полупроводник, чтобы его проводимость увеличилась в  $\eta = 2$  раза?

6.2.16. Удельное сопротивление некоторого чистого беспримесного полупроводника при комнатной температуре  $\rho = 50 \text{ Ом}\cdot\text{см}$ . После включения источника света оно стало  $\rho_1 = 40 \text{ Ом}\cdot\text{см}$ , а через  $t = 8 \text{ мс}$  после выключения источника света удельное сопротивление оказалось  $\rho_2 = 45 \text{ Ом}\cdot\text{см}$ . Найдите среднее время жизни электронов проводимости и дырок.

6.2.17. Ширина запрещенной зоны полупроводника  $\Delta E_g = 1,0 \text{ эВ}$ . Какова вероятность нахождения электрона вблизи дна зоны проводимости при температуре  $T = 300 \text{ K}$ ? Увеличится ли эта вероятность, если на полупроводник действует электромагнитное излучение с длиной волны  $\lambda_1 = 1 \text{ мкм}$ ;  $\lambda_2 = 2 \text{ мкм}$ ?

6.2.18. Удельное сопротивление чистого кремния при комнатной температуре равно  $\rho = 1000$  Ом·м, ширина запрещенной зоны  $\Delta E_g = 1,12$  эВ. Предполагая, что эффективные плотности состояний и подвижности электронов и дырок не зависят от температуры, найдите величину удельного сопротивления кремния при температуре  $T = 320$  К.

6.2.19. Определите ток через образец кремния, имеющий форму прямоугольного параллелепипеда с размерами  $a \times b \times c = 50 \times 5 \times 1$  мм<sup>3</sup>, если вдоль образца приложено напряжение  $U = 10$  В. Известно, что концентрация электронов в полупроводнике  $n = 10^{21}$  м<sup>-3</sup>, а их подвижность  $\mu_n = 0,14$  м<sup>2</sup>/(В·с).

6.2.20. Найдите отношение полного тока через полупроводник к току, обусловленному только дырочной составляющей: а) в собственном германии; б) в германии  $p$ -типа с удельным сопротивлением  $\rho = 0,05$  Ом·м. Принять собственную концентрацию носителей заряда при комнатной температуре  $n_n = n_p = 2,1 \cdot 10^{19}$  м<sup>-3</sup>, подвижность электронов  $\mu_n = 0,39$  м<sup>2</sup>/(В·с), подвижность дырок  $\mu_p = 0,19$  м<sup>2</sup>/(В·с).