

**ИЗУЧЕНИЕ ПОЛИТРОПИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В ИДЕАЛЬНОМ ГАЗЕ.**  
Методические указания к лабораторным работам Т-3А и Т-3Б по курсу общей физики.  
С.М.Вишнякова, В.И.Вишняков.  
Под ред. А. Ф. Наумова.  
МГТУ, 2002.

Рассмотрены политропические процессы в идеальных газах на основе классической теории теплоемкостей, элементы классической теории теплоемкостей идеальных газов. Приведена методика определения отношения изобарической и изохорической теплоемкостей воздуха. Для студентов 1 курса, изучающих общую физику.

*Цель работы* - изучение политропических процессов в идеальных газах на основе классической теории теплоемкостей; измерение отношения изобарной и изохорной теплоемкостей воздуха методом Клемана-Дезорма и методом стоячих звуковых волн.

**ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ**

*Политропическим процессом* называется термодинамический процесс, в котором молярная (или удельная) теплоемкость газа остается постоянной. Изопроецессы (изотермический, изохорический, изобарический) и адиабатический процесс - это частные случаи политропического процесса.

**Определение теплоемкости.** *Теплоемкостью системы*  $\tilde{C}$  называется физическая величина, численно равная количеству теплоты, необходимой для изменения температуры этой системы на один Кельвин и рассчитываемая как отношение бесконечно малого количества теплоты  $d'Q$ , подведенного к системе или отнятого от нее, к соответствующему приращению температуры  $dT$  вещества, т.е.

$$\tilde{C} = \frac{d'Q}{dT}.$$

Теплоемкость системы в СИ измеряется в Джоулях на Кельвин (Дж/К).

В практических расчетах пользуются понятием теплоемкости, отнесенной к определенному количеству вещества, из которого может состоять система. *Молярной теплоемкостью*  $C$  вещества называется теплоемкость одного моля вещества:  $C = \frac{\tilde{C}}{\nu}$ , где  $\nu = \frac{M}{\mu}$  - число молей;  $M$  - масса;  $\mu$  - молярная масса вещества. Теплоемкость единицы массы вещества называется *удельной теплоемкостью*  $c$ :  $c = \frac{\tilde{C}}{M}$ .

Используя понятие теплоемкости, элементарное количество теплоты  $d'Q$ , сообщенное системе для изменения ее температуры от  $T$  до  $T+dT$ , можно рассчитать как  $d'Q = \tilde{C}dT$ .

Из последнего соотношения следует, что теплоемкость является непосредственной и важной характеристикой теплообмена.

**Зависимость величины теплоемкости газа от условий его теплообмена с окружающей средой.** Эту зависимость будем исследовать исходя из следующих соотношений:

$$C = \frac{1}{\nu} \frac{d'Q}{dT} \quad (1)$$

определение молярной теплоемкости;

$$PV = \frac{M}{\mu} RT \quad (2)$$

уравнение состояния идеального газа (уравнение Клапейрона - Менделеева), где  $P$ ,  $V$ ,  $T$  - термодинамические параметры системы: давление, объем, абсолютная температура;

$R = 8,31$  Дж/(моль·К) - универсальная газовая постоянная;

$$d'Q = dU + d'A \quad (3)$$

закон сохранения и превращения энергии (Первое начало термодинамики) для равновесных изменений состояния идеального газа, где  $d'Q$  - количество теплоты, полученное газом;  $dU$  - соответствующее изменение внутренней энергии идеального газа, которая, напомним, зависит только от аб-

солотной температуры идеального газа;  $d'A$  - работа газа над внешними телами, при этом считаем, что газ совершает работу только против сил внешнего давления, тогда

$$d'A = PdV. \quad (4)$$

Совместное рассмотрение соотношений (1) - (4) дает для молярной теплоемкости идеального газа следующее выражение:

$$C = \frac{1}{\nu} \left( \frac{dU}{dT} + P \frac{dV}{dT} \right). \quad (5)$$

Найдем теплоемкость идеального газа в некоторых политропических процессах.

Если изменение состояния газа происходит в адиабатическом процессе, т. е. без теплообмена с окружающей средой ( $d'Q = 0$ ), то теплоемкость адиабатического процесса равна нулю:

$$C_{Ad} = \frac{1}{\nu} \left( \frac{d'Q}{dT} \right)_{d'Q=0} = 0.$$

Если состояние газа изменяется в изотермическом процессе, т. е. при постоянной температуре газа ( $T=const, dT=0$ ), то теплоемкость изотермического процесса равна бесконечности:

$$C_T = \frac{1}{\nu} \left( \frac{d'Q}{dT} \right)_T = \infty.$$

Система, имеющая значительно большую теплоемкость, чем теплоемкость тел, с которыми она находится в тепловом контакте, называется *термостатом*.

Если при нагревании газа его объем остается постоянным ( $V=const$ , изохорический процесс), то газ не совершает работы против сил внешнего давления ( $d'A = PdV = 0$ ), и вся подводимая к газу теплота  $d'Q$  идет на изменение только его внутренней энергии. Теплоемкость изохорического процесса (или изохорическая теплоемкость)  $C_V$  равна

$$C = \frac{1}{\nu} \left( \frac{d'Q}{dT} \right)_V = \frac{1}{\nu} \frac{dU}{dT}. \quad (6)$$

Если система испытывает изобарическое изменение состояния ( $P=const$ ), то теплоемкость этого процесса (или изобарическая теплоемкость)  $C_P$  будет равна

$$C = \frac{1}{\nu} \left( \frac{d'Q}{dT} \right)_P = \frac{1}{\nu} \frac{dU}{dT} + R = C_V + R. \quad (7)$$

Соотношение  $C_P = C_V + R$  называется *уравнением Майера*. Из уравнения Майера следует, что: а) для повышения температуры идеального газа на один Кельвин в изобарическом процессе понадобится больше теплоты, чем для нагревания того же газа на один Кельвин при постоянном объеме; б) универсальная газовая постоянная  $R = 8,31$  Дж/(моль·К) есть физическая величина, численно равная работе, которую совершает один моль идеального газа, расширяясь при нагревании на один Кельвин при постоянном давлении.

**Связь между теплоемкостью политропического процесса и термодинамическими параметрами состояния идеального газа.** Найдем эту связь или, другими словами, уравнение политропического процесса для идеального газа. Для этого еще раз воспользуемся соотношениями (1) - (7), записав Первое начало термодинамики и уравнение состояния моля идеального газа в дифференциальной форме:

$$CdT = C_V dT + PdV; \quad (8)$$

$$PdV + VdP = RdT; \quad (9)$$

$$C_P = C_V + R, \quad (10)$$

где  $C$  - теплоемкость некоторого политропического процесса. Исключив  $dT$  из уравнений (8) и (9), с учетом (10) получим

$$\frac{C - C_P}{C - C_V} PdV + VdP = 0. \quad (11)$$

Введем обозначение

$$n = \frac{C - C_p}{C - C_v}$$

Разделим (11) на  $(PV)$  и, учитывая, что  $C$ ,  $C_p$  и  $C_v$  и, значит,  $n$  являются постоянными величинами, в результате интегрирования уравнения  $n \frac{dV}{V} + \frac{dP}{P} = 0$  получим

$$PV^n = const. \quad (12)$$

Из (12) и (2) можно получить следующие уравнения:

$$TV^{n-1} = const; \quad (13)$$

$$PT^{\frac{n}{n-1}} = const. \quad (14)$$

Уравнения (12) - (14) называются *уравнениями политропического процесса* идеального газа. Величина  $n$  называется *показателем политропы*.

Вводя в показатель политропы соответствующее значение теплоемкости, можно записать уравнения разных политропических процессов.

Изобарический процесс:  $C = C_p, n=0, P = const, \frac{T}{V} = const.$

Изотермический процесс:  $C = C_T = \infty, n = 1, PV = const, T = const.$

Адиабатический процесс:  $C = C_{Ad} = 0, n = \frac{C_p}{C_v} = \gamma$  - показатель адиабаты,

$$PV^\gamma = const - \quad (15)$$

уравнение Пуассона,

$$TV^{\gamma-1} = const, \quad (16)$$

$$PT^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = const.$$

Изохорический процесс:  $C = C_v, n = \infty, P^{1/n} \cdot V = V = const, \frac{P}{T} = const.$

Таким образом, используя *термодинамический метод*, основанный на экспериментально установленных положениях (на началах термодинамики и др.), мы вывели законы изменения параметров состояния идеального газа при разных условиях его теплообмена с окружающей средой.

*Статистический метод*, базирующийся на представлениях о закономерностях теплового движения огромного числа микрочастиц, составляющих систему, в частности идеальный газ, позволяет связать характер поведения системы со структурой этих микрочастиц (атомов и молекул).

**Связь между теплоемкостью идеального газа и структурой его молекул.** Согласно закону классической физики о равномерном распределении, на каждую степень свободы движения молекулы в

среднем приходится энергия, равная  $\frac{1}{2}kT$  ( $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$  Дж/К - постоянная Больцмана). Число

степеней свободы движения молекулы  $i$ , определяющее среднюю энергию молекулы  $\langle \epsilon \rangle$ , можно подсчитать, сложив число поступательных  $n_{пост}$ , число вращательных  $n_{вр}$ , и удвоенное число колебательных  $n_{кол}$  степеней свободы молекулы. Тогда полная средняя энергия молекулы, включающая кинетические энергии поступательного, вращательного, колебательного и потенциальную энергию колебательного движений, будет равна

$$\langle \epsilon \rangle = \frac{i}{2} kT,$$

Где  $\langle \epsilon \rangle = \langle \epsilon_{пост} \rangle + \langle \epsilon_{вр} \rangle + \langle \epsilon_{кол} \rangle$ ;  $i = n_{пост} + n_{вр} + 2n_{кол}$ .

Так как молекулы идеального газа не взаимодействуют между собой, то внутренняя энергия идеального газа складывается только из кинетических энергий отдельных молекул, поэтому она равна

$$U = \langle \epsilon \rangle N = \frac{i}{2} kTN_A \frac{M}{\mu} = \frac{i}{2} \frac{M}{\mu} RN_A, \quad (17)$$

где  $N$  - полное число молекул в  $\nu = \frac{M}{\mu}$  молях газа;  $N_A$  - число Авогадро;  $R = kN_A$ . Теплоемкости  $C_V$  и  $C_P$ , определяющие теплоемкость  $C$  любого политропического процесса через показатель политропы  $n$ , найдем из (6), (7) и (17):

$$C_V = \frac{i}{2}R, \quad C_P = \left(\frac{i}{2} + 1\right)R. \quad (18)$$

Равенства (18) связывают теплоемкость идеального газа как термодинамическую характеристику теплообменных процессов с числом степеней свободы движения молекул газа, т. е. с характеристикой структуры молекул.

Результаты расчетов по равенствам (18), полученные из классического закона о равнораспределении, согласуются с данными эксперимента в пределах отдельных температурных интервалов, где теплоемкость действительно не зависит от температуры, но имеет в разных интервалах значения, соответствующие различному числу степеней свободы молекулы. Зависимость числа степеней свободы молекул и теплоемкостей газов от температуры объясняет квантовая статистическая физика [1].

В лабораторных работах предлагается определить отношение изобарической  $C_P$  и изохорической  $C_V$  теплоемкостей воздуха. Знание числового значения этого отношения для разных газов важно и для практики, и для теории, так как

1)  $\frac{C_P}{C_V} = \gamma$  - показатель адиабаты, т. е. определяет связь между параметрами в адиабатическом процессе (см. (15), (16));

2) можно легко найти теплоемкости  $C_V$  и  $C_P$  газа со свойствами, близкими свойствам идеального газа  $C_V = \frac{R}{\gamma - 1}$ ,  $C_P = R \frac{\gamma}{\gamma - 1}$ ;

3) по  $\gamma$  можно определить число степеней свободы молекул идеального газа:  $\gamma = \frac{C_P}{C_V} = \frac{i + 2}{i}$ ,

$$i = \frac{2}{\gamma - 1};$$

4)  $\gamma$  определенным образом связано со скоростью распространения звука в газах, от него зависит скорость течения газов по трубам и т. д.

#### **Контрольные вопросы**

1. Что называется теплоемкостью?
2. Какие процессы называются политропическими? Запишите уравнения политропического процесса.
3. Для какого политропического процесса: а) теплоемкость равна нулю; б) показатель политропы равен единице; в) молярная теплоемкость меньше на величину универсальной газовой постоянной, чем теплоемкость изобарического процесса? Запишите уравнения соответствующих процессов.
4. Изохорическая теплоемкость какого газа больше и почему: а) водорода или кислорода, б) водорода или гелия, в) гелия или углекислого газа? Газы считать идеальными.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ  $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$  ВОЗДУХА МЕТОДОМ КЛЕМАНА - ДЕЗОРМА

Клеман и Дезорм в 1819 г. предложили и осуществили измерение  $\frac{C_p}{C_v}$  методом адиабатического расширения газа.

**Экспериментальная установка и метод определения  $\gamma$ .** Определение отношения  $\frac{C_p}{C_v}$  методом Клемана и Дезорма проводится с помощью установки, схематически показанной на рис. 1. Установка представляет собой сосуд Д с широкой трубкой (горловиной) 1, к которой подведены две трубки 2 и 5. Верхняя часть горловины закрывается пробкой 4. Трубка 5 соединена с жидкостным манометром М, а трубка 2, снабженная краном 3, подсоединена к насосу. Кран 3 позволяет изолировать сосуд Д от насоса.

Выделим мысленно внутри сосуда Д некоторый объем  $V_0$ , значительно меньший объема сосуда Д, который содержит массу воздуха  $m$ . Проследим за изменениями объема, температуры и

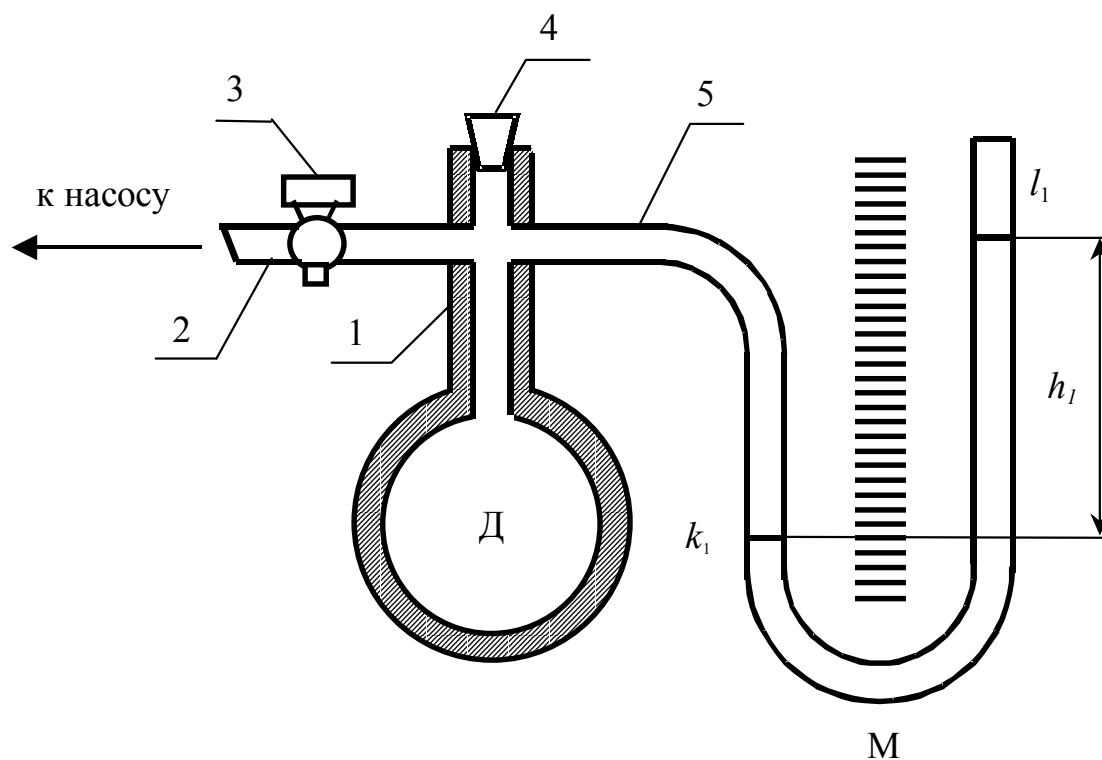


Рис. 1

давления этой массы воздуха в процессе эксперимента.

Если, вынув пробку 4, открыть широкую трубку 1, то давление в сосуде Д будет равно атмосферному давлению. Обозначим его  $P_0$ . Пусть температура воздуха в сосуде Д равна температуре окружающей среды  $T_0$ . Тогда параметрами, характеризующими состояние выделенной массы воздуха  $m$ , будут  $V_0, P_0, T_0$ .

Если закрыть пробкой 4 трубку 1 и, открыв кран 3, накачать в сосуд некоторое количество воздуха, то объем рассматриваемой массы воздуха  $m$  уменьшится, давление воздуха повысится, а его температура в зависимости от скорости накачки может несколько увеличиться. Однако через некоторое время после накачивания вследствие теплообмена температура воздуха в сосуде снова станет равной  $T_0$ . Давление при этом также изменится и будет равно

$$P_1 = P_0 + P_{h_1},$$

где  $P_{h_1}$  - давление столба жидкости, заключенного между ее уровнями в коленах манометра, после прекращения теплообмена. Состояние выделенной массы  $m$  воздуха, характеризующееся парамет-

рами  $V_1, P_1, T_0$ , будем считать начальным состоянием газа.

Если на очень короткое время с помощью пробки 4 открыть сосуд Д (при закрытом кране 3), то воздух, находящийся в сосуде, расширится. Этот процесс протекает достаточно быстро, и можно считать, что расширение происходит адиабатически. В этом случае воздух в сосуде охладится до некоторой температуры  $T_1$ . В конце такого кратковременного расширения состояние выделенной массы воздуха  $m$  будет характеризоваться параметрами  $V_2, P_0, T_1$ . Состояние газа с этими параметрами будем называть промежуточным.

Если сосуд Д быстро закрыть пробкой 4, воздух, находящийся в нем, в результате теплообмена начнет нагреваться от  $T_1$  до  $T_0$ . Вследствие этого давление в сосуде будет повышаться и станет

$$P_1 = P_0 + P_{h_2},$$

где  $P_{h_2}$  - давление столба жидкости, заключенного между ее уровнями в коленях манометра, после прекращения теплообмена. Состояние массы воздуха  $m$  в сосуде Д, характеризующееся параметрами  $V_2, P_2, T_0$ , будем называть конечным.

Переход из начального состояния в промежуточное представляет собой адиабатический процесс. Поэтому на основании уравнения (15) запишем

$$(P_0 + P_{h_1})V_1^\gamma = P_0V_2^\gamma, \quad (19)$$

Поскольку в начальном и конечном состояниях температура воздуха в сосуде одинакова и равна  $T_0$ , то

$$(P_0 + P_{h_1})V_1 = (P_0 + P_{h_2})V_2. \quad (20)$$

Возведем равенство (20) в степень  $\gamma$ , разделим его на уравнение (19), в полученном соотношении разделим каждое слагаемое на  $P_0$  и найдем

$$\frac{(P_0 + P_{h_1})^\gamma}{P_0 + P_{h_1}} = \frac{(P_0 + P_{h_2})^\gamma}{P_0} \quad \text{или} \quad \frac{1}{1 + P_{h_1}/P_0} = \left( \frac{1 + P_{h_2}/P_0}{1 + P_{h_1}/P_0} \right)^\gamma.$$

Логарифмируя это соотношение, получим

$$\gamma = \frac{\ln(1 + P_{h_1}/P_0)}{\ln(1 + P_{h_1}/P_0) - \ln(1 + P_{h_2}/P_0)}. \quad (21)$$

Разложим  $1 + P_{h_1}/P_0$  и  $\ln(1 + P_{h_2}/P_0)$  в ряд Тейлора и ограничимся двумя первыми членами разложения (это вполне допустимо, так как  $P_{h_1}$  и  $P_{h_2}$  значительно меньше  $P_0$ ):

$$\ln(1 + P_{h_1}/P_0) = \frac{P_{h_1}}{P_0} + \dots, \quad (22)$$

$$\ln(1 + P_{h_2}/P_0) = \frac{P_{h_2}}{P_0} + \dots$$

Подставляя выражения (22) в (21), получим  $\gamma = \frac{P_{h_1}}{P_{h_1} - P_{h_2}}$ .

Но  $P_{h_1} = \rho gh_1$  и  $P_{h_2} = \rho gh_2$ , где  $\rho$  - плотность жидкости в манометре,  $g$  - ускорение свободного падения,  $h_1$  и  $h_2$  - разности уровней жидкости в коленях манометра, соответствующих начальному и конечному состояниям. Следовательно,

$$\gamma = \frac{h_1}{h_1 - h_2}.$$

#### **Методика проведения эксперимента и обработки результатов измерений.**

1. Открыть широкую трубку 1 (см. рис. 1), при этом разность уровней жидкости в манометре при открытой трубке 1 должна быть равна нулю.
2. Закрыть широкую трубку 1 пробкой 4 и открыть кран 3. При накачивании воздуха следить за тем, чтобы разность уровней жидкости в манометре не превышала 300 мм. Довести разность уров-

ней до какого-либо значения, например 200 мм, после чего кран 3 закрыть. Так как в результате теплообмена разность уровней будет изменяться, следует дождаться установления состояния равновесия и только после этого измерить значения положений менисков жидкости в левом и правом коленах манометра  $l_1$  и  $k_1$  (см. рис. 1). При этом отсчет положения мениска жидкости надо проводить по его нижнему краю, располагая глаз так, чтобы не было ошибки на параллакс, т. е. в горизонтальной плоскости, проходящей через мениск. Необходимо также учитывать, что знаки у  $l_1$  и  $k_1$  будут одинаковыми, если нуль шкалы находится выше или ниже обоих уровней, и противоположными, если нуль шкалы окажется между ними. Разность уровней определяется как  $h_1 = |l_1 - k_1|$ .

3. При установившейся разности уровней  $h_1$  вынуть пробку 4 на очень короткое время, в течение которого воздух в сосуде расширится до такой степени, что его давление сравняется с атмосферным  $P_0$ . Это время можно оценить на слух по продолжительности звука, сопровождающего выход воздуха из сосуда. Кратковременность расширения воздуха позволяет считать процесс расширения адиабатическим.

4. Так как вследствие теплообмена с окружающей средой температура воздуха в закрытом сосуде Д будет возрастать, а разность уровней в манометре будет изменяться, необходимо дождаться установления теплового равновесия и измерить значения новых положений менисков жидкостей  $l_2$  и  $k_2$ .

5. Эксперимент проделать  $n$  раз (не менее  $n=10$ ). Полученные  $n$  пар значений  $l_{1i}$  и  $k_{1i}$ ,  $l_{2i}$  и  $k_{2i}$ , а также найденные значения  $h_{1i}$  и  $h_{2i}$ , где  $i = 1, 2, 3, \dots, n$ , занести в табл. 1. По формуле (23) рассчитать для каждого опыта значение  $\gamma_i$  и эти значения также занести в табл. 1.

6. Рассчитать среднее арифметическое значение  $\langle \gamma \rangle$  и найти полуширину доверительного интервала  $\Delta\gamma$  с надежностью  $P = 0,95$  по формуле

$$\Delta\gamma = t_{n-1, P} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\gamma_i - \langle \gamma \rangle)^2}{n(n-1)}}$$

где  $t_{n-1, P}$  - коэффициенты Стьюдента, значения которых находятся из соответствующих справочных таблиц. Выбор этого способа оценки результатов измерений  $\gamma$  объясняется тем, что измерения не являются равноточными, поскольку устанавливающиеся высоты столбов жидкости в манометре существенно зависят от условий опыта: времени открытия пробки, тщательности закрытия пробки, определяются ли высоты столбов в условиях равновесия и т. д.

Таблица 1

$i$	$l_{1i}$ , мм	$k_{1i}$ , мм	$h_{1i}$ , мм	$l_{2i}$ , мм	$k_{2i}$ , мм	$h_{2i}$ , мм
1						
2						
3						

7. Окончательный результат представить в виде  $\gamma = \langle \gamma \rangle \pm \Delta\gamma$ , указав доверительную вероятность  $P$  и относительную погрешность  $\varepsilon = \frac{\Delta\gamma}{\gamma} \cdot 100\%$ .

8. Сравнить полученное значение  $\langle \gamma \rangle$  с теоретическим, считая воздух идеальным газом.

**Примечание.** Поскольку уравнение адиабаты (15) применимо для обратимого процесса, который должен быть достаточно медленным (квазистатическим), а в условиях нашего эксперимента адиабатический процесс необратим, протекает быстро с неизбежным образованием конвекционных потоков воздуха, кинетическая энергия которых переходит в теплоту, значение  $h_2$  оказывается заниженным из-за недостаточного охлаждения воздуха при расширении. Отсюда заниженным оказывается и значение  $\gamma$ .

#### Контрольные вопросы.

1. Что называется адиабатическим процессом, показателем адиабаты, удельной теплоемкостью изобарического процесса?
2. Показатель адиабаты больше или меньше единицы? Почему?
3. Какие изменения в опыте происходят с воздухом выделенной массы при переходе его из на-

чального состояния в конечное? Как при этом изменяются объем, давление, температура и внутренняя энергия воздуха?

#### Работа Т-ЗБ

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ $\frac{C_p}{C_v} = \gamma$ ВОЗДУХА МЕТОДОМ СТОЯЧИХ ЗВУКОВЫХ ВОЛН

*Теория метода и описание экспериментальной установки.* Определение отношения  $\frac{C_p}{C_v}$

методом стоячих звуковых волн основано на том факте, что скорость волн, распространяющихся в газе, зависит от показателя  $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$ , его адиабаты и температуры этого газа.

Звуковая волна в газе представляет собой распространяющуюся в пространстве последовательность чередующихся областей сжатия и разрежения газа. Эти сжатия и расширения газа следуют друг за другом так часто, что смежные участки среды не успевают обмениваться теплотой, и поэтому процесс изменения состояния газа в волне можно считать адиабатическим.

Совместное решение уравнения второго закона Ньютона для движения достаточно малого объема газа в волне и уравнения Пуассона (15), связывающего изменение объема с давлением в адиабатическом процессе, приводит к волновому уравнению и к следующему выражению для скорости звуковых волн в газе:

$$V_{ЗВ} = \sqrt{\gamma \frac{P}{\rho}},$$

где  $P$  и  $\rho$  - давление и плотность невозмущенного волной газа. При атмосферном давлении и обычных температурах воздух близок по своим свойствам к идеальному газу. Поэтому, воспользовавшись уравнением состояния идеального газа, для скорости звука в воздухе получим следующую формулу:

$$V_{ЗВ} = \sqrt{\gamma \frac{RT}{\mu}},$$

откуда видно, что скорость звука пропорциональна корню квадратному из температуры и не зависит от давления, а искомая формула для показателя адиабаты воздуха  $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$  имеет вид

$$\gamma = \frac{\mu V_{ЗВ}^2}{RT}. \quad (24)$$

Из уравнения (24) следует, что определение отношения  $\frac{C_p}{C_v} = \gamma$  сводится к измерению абсолютной температуры  $T$  газа и скорости звука  $V_{ЗВ}$  в нем.

Скорость звука в данной лабораторной работе определяют методом стоячих волн. Если изучаемый газ (воздух) поместить в трубу, закрытую с обоих концов, и вблизи одного из них прикрепить вибратор - источник звуковых колебаний, то вдоль трубы в столбе газа возникнет система стоячих звуковых волн. При этом возбуждаются колебания собственных частот  $\nu$  столба газа, определяемых условием

$$\nu = \frac{V_{ЗВ}}{4L} (2k + 1), \quad (25)$$

где  $k = 1, 2, 3, \dots$ ;  $L$  - длина столба газа.

Амплитуды стоячей волны достигают максимального значения, если частота источника  $\nu_{ИСТ}$  звуковых колебаний равна собственной частоте  $\nu$  колебаний столба газа (акустический резонанс), т. е. условие (25) удовлетворяется и для заданной частоты источника  $\nu_{ИСТ}$ .

Наименьшая разность длин двух газовых столбов  $\Delta L_{MIN}$ , в которых возникает акустический резонанс, равна



$$\Delta L_{MIN} = L_k - L_{k-1} = (2k + 1) \frac{V_{ЗВ}}{4v_{ИСТ}} - [2(k - 1) + 1] \frac{V_{ЗВ}}{4v_{ИСТ}} = \frac{V_{ЗВ}}{2v_{ИСТ}}, \quad (26)$$

Из соотношения (26) следует формула для скорости звука в газе:

$$V_{ЗВ} = 2v_{ИСТ} L_{MIN}. \quad (27)$$

Используя (2) и (27), получаем расчетную формулу для  $\gamma$ :

$$\gamma = \frac{4\mu v_{ИСТ}^2 (\Delta L_{MIN})^2}{RT}. \quad (28)$$

где  $\mu = 28,96 \cdot 10^{-3}$  кг/моль - молярная масса воздуха;  $R = 8,31$  Дж/(моль·К) - универсальная газовая постоянная.

Схема установки для экспериментального определения скорости звука в воздухе приведена на рис. 2.

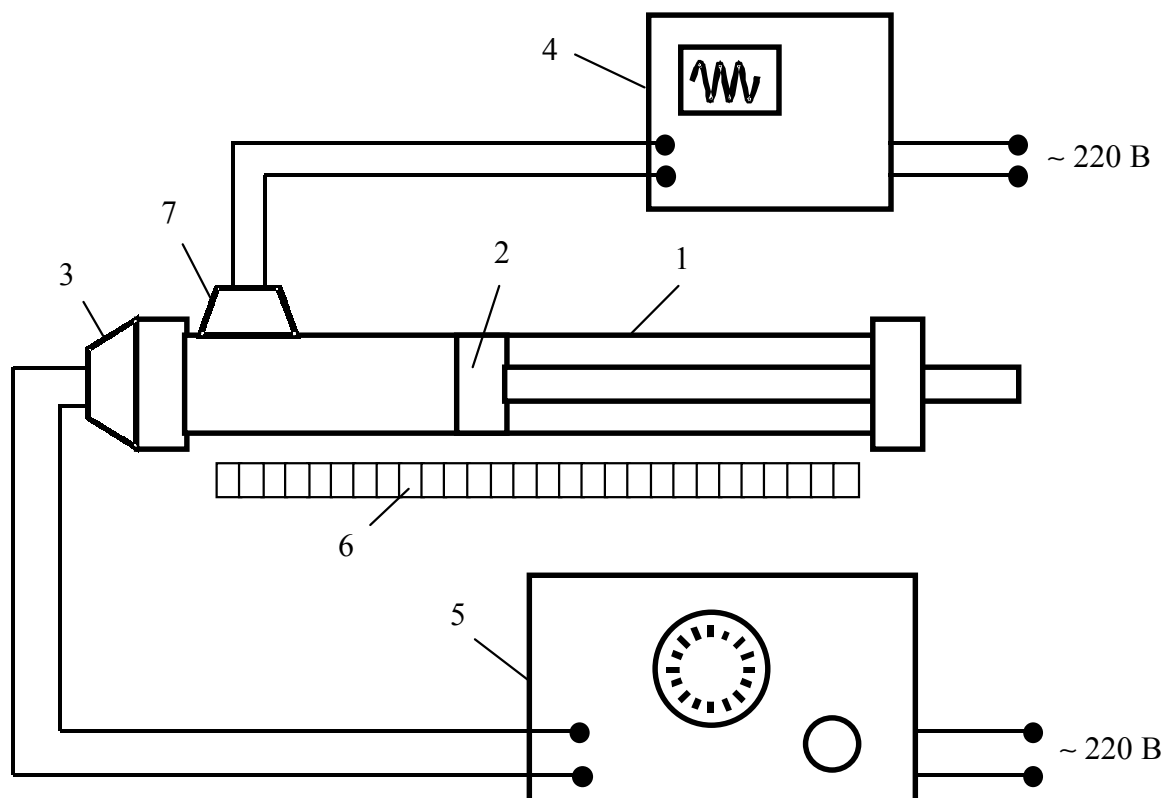


Рис. 2

Основу установки представляет собой широкая стеклянная труба 1 с миллиметровой шкалой 6. Внутри трубы свободно перемещается поршень 2. К концу трубы, противоположной поршню, присоединен телефонный капсюль 3, обращенный мембраной внутрь трубы. Катушки его электромагнита подключены к выходным клеммам звукового генератора 5. Перемещая поршень, можно добиться резкого возрастания амплитуды стоячей волны. Это фиксируется осциллографом 4, на экране которого также наблюдается возрастание амплитуды колебаний светящегося следа электронного луча. На вход осциллографа колебания подаются от телефонного капсюля 7 (аналогичного капсюлю 3), укрепленного на боковой стенке трубы 1.

**Методика проведения эксперимента и обработки результатов измерений.**

1. Включить звуковой генератор 5 в сеть и установить с помощью лимба частоту  $\nu = 1000$  Гц (или другое значение, заданное преподавателем). Регулятор громкости поставить в такое положение, при котором звук был бы не слышен в аудитории.
2. Задвинуть поршень 2 до соприкосновения с телефонным капсюлем 3 и затем отодвигать поршень 2 обратно до появления первого резонанса звуковых колебаний, что наблюдается на экране осциллографа. В случае резонанса стенка поршня 2 окажется в узле стоячей звуковой волны. От-

метить на миллиметровой шкале 6 положение  $x_1$  стенки поршня, соответствующее некоторой резонансной длине  $L_1$  столба воздуха.

3. Продолжая отодвигать поршень далее, пока не наступит второй резонанс колебаний, отметить на шкале 6 положение  $x_2$  стенки поршня, при котором наблюдается второй резонанс колебаний.

4. Опыт повторить  $n$  раз, например  $n = 10$ . Значения  $x_{1i}$  и  $x_{2i}$ , где  $i = 1, 2, \dots, n$ , занести в табл. 2.

Таблица 2

n	$x_1$ , см	$x_2$ , см	n	$x_1$ , см	$x_2$ , см
1			6		
2			7		
3			8		
4			9		
5			10		

5. Рассчитать средние арифметические значения  $\langle x_1 \rangle$  и  $\langle x_2 \rangle$  и занести их в табл. 3, найти полуширину доверительных интервалов  $\Delta x_1$  и  $\Delta x_2$ , полагая, что надежность (доверительная вероятность) равна  $P = 0,68$ . Если окажется, что  $\Delta x_1$  и  $\Delta x_2$  меньше погрешности отсчета по шкале трубы  $\delta$ , то приближенно принять  $\Delta x_1 = \Delta x_2 = \delta$ . Значения  $\Delta x_1$  и  $\Delta x_2$  занести в табл. 3.

Таблица 3

$\langle x_1 \rangle$ , м	$\langle x_2 \rangle$ , м	$\Delta x_1$ , м	$\Delta x_2$ , м	$\Delta L_{MIN}$ , м	$\Delta(\Delta L_{MIN})$	$\epsilon$

6. Вычислить значения  $\Delta L_{MIN} = |\langle x_2 \rangle - \langle x_1 \rangle|$  и  $\Delta(\Delta L_{MIN}) = \sqrt{(\Delta x_1)^2 + (\Delta x_2)^2}$  и занести их в табл. 3.

7. Вычислить значение  $\gamma$  по формуле (28).

8. Подсчитать относительную погрешность  $\epsilon$  по формуле

$$\epsilon = \frac{\Delta \gamma}{\gamma} = \sqrt{4 \left( \frac{\Delta v}{v} \right)^2 + 4 \left( \frac{\Delta(\Delta L_{MIN})}{\Delta L_{MIN}} \right)^2 + \left( \frac{\Delta T}{T} \right)^2}.$$

В качестве  $\Delta T$  можно приближенно взять цену деления шкалы термометра. По паспортным данным звукового генератора предельная относительная погрешность его частоты составляет 0,02.

Поэтому можно принять  $\frac{\Delta v}{v} = 0,02$ . Значение  $\Delta \gamma$  определить по формуле  $\Delta \gamma = \epsilon \cdot \gamma$ .

9. Окончательный результат записать в виде  $\gamma \pm \Delta \gamma$ , указав и относительную погрешность

$$\epsilon = \frac{\Delta \gamma}{\gamma} \cdot 100\%.$$

10. Сравнить полученное значение  $\gamma$  с теоретическим, считая воздух идеальным газом.

#### Контрольные вопросы

1. Что называется адиабатическим процессом, показателем адиабаты, молярной теплоемкостью изобарического процесса?
2. Что представляют собой звуковые волны в газах?
3. Как возникает стоячая волна? При каких условиях справедлива формула (25)?
4. Если температура воздуха повысится, изменится ли  $\Delta L_{MIN}$  при постоянной частоте источника колебаний? Если изменится, то как? Какой характеристике бегущей волны соответствует  $\Delta L_{MIN}$ ?
5. Как повлияет повышение атмосферного давления на значение  $\Delta L_{MIN}$ ?

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Савельев И.В. Курс общей физики. Кн. 3, 4. М.: Наука, 1998.
2. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Т. 1, 2. М.: Наука, 1989, 1990.